

MVE425 del D/LMA164 del E

Skriv tentamenskoden tydligt på placeringlista och samtliga inlämnade papper.

Skriv tydliga, utförliga lösningar.

För godkänt på tentan (betyg 3) krävs minst 20 poäng. För betyg 4 resp. 5 krävs minst 32 resp. 42 poäng.

Resultat meddelas via Ladok. *Lycka till!*

1. Beräkna följande integraler (9p)

$$(a) \int (5x + 3)e^{2x} dx \quad (b) \int \frac{x^3}{x^4 + 2} dx \quad (c) \int \frac{2}{x^2 + 10x + 21} dx$$

2. Området som begränsas av kurvorna  $y = x^2$  och  $y = 2 - x^2$  roteras runt  $x$ -axeln. Beräkna rotationsvolymen. (5p)

3. Lös följande differentialekvationer (12p)

(a)  $x^2 y' = y^2$  med villkor  $y(1) = 2$ .

(b)  $y' + 2xy = e^{x-x^2}$ .

(c)  $y'' + 2y' + 5y = 2e^{3x}$ .

4. Ett föremål med massan  $m$  kg faller under inverkan av jordens gravitation och luftens motstånd. Föremålets fart vid tiden  $t$  är  $v(t)$  m/s och uppfyller (6p)

$$m \frac{dv}{dt} = 10m - kv$$

där  $k$  är en positiv konstant. Föremålet släpps från vila, vilket betyder att  $v(0) = 0$ .

(a) Bestäm en formel för farten  $v(t)$ .

(b) Vad går farten mot om föremålet faller under lång tid ( $t \rightarrow \infty$ )?

5. Låt  $a$  vara ett reellt tal och betrakta den geometriska serien (4p)

$$\frac{a}{2} + \frac{a^2}{4} + \frac{a^3}{8} + \dots$$

Avgör för vilka värden på  $a$  serien konvergerar, och beräkna summan i dessa fall.

6. Visa med induktion att (6p)

$$\sum_{k=1}^n \frac{k}{2^k} = 2 - \frac{n+2}{2^n}$$

för varje positivt heltal  $n$ .

7. Formulera och bevisa formeln för en aritmetisk summa. (4p)

8. Visa att  $\int (f(x) + g(x)) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$ . (4p)