MATEMATIK | **Hjälpmedel: inga, ej heller räknedosa**

Chalmers tekniska högskola | Datum: 2017-06-01 kl. 14.00 - 18.00

Tentamen | Telefonvakt: Thomas Bäckdahl

Examinator: Thomas Bäckdahl | ankn 5325

MVE425 del D

Tentan rättas och bedöms anonymt. **Skriv tentamenskoden tydligt på placeringslista och samtliga inlämnade papper.** Fyll i omslaget ordentligt.

Skriv tydliga, utförliga lösningar. För godkänt på tentan (betyg 3) krävs minst 20 poäng. För betyg 4 resp. 5 krävs minst 32 resp. 42 poäng. Lösningar läggs ut på kursens hemsida. Resultat meddelas via Ladok . Lycka till!

---

1. Beräkna följande integraler (9p)

$$\text{(a)} \quad \int (x+1)\cos(2x)dx \qquad \text{(b)} \quad \int e^{2\sqrt{x}}dx \qquad \text{(c)} \quad \int \frac{4+3x}{x^2+x-6}dx$$

2. Beräkna arean av det område som begränsas av kurvorna $y = x^2 - 1$ och $y = \frac{1}{2} - x^2 - 2x$. (5p)

3. Lös följande differentialekvationer (12p)

(a) $y'' + 4y' + 4y = 2$.

(b) $xy' - 2y = 2x^3$, $y(1) = 0$.

(c) $xyy' = 5$.

4. Antalet myror som bor i en myrstack kan beskrivas med den så kallade logistiska modellen (6p)

$$P'(t) = rP(t)\Big(1 - \frac{P(t)}{K}\Big)$$

där $P(t) > 0$ är antal myror vid tiden t mätt i dagar, konstanten r är en reproduktionsparameter och konstanten $K > 0$ begränsar tillväxten på grund av brist på mat etc.

(a) Bestäm antal myror som bor i stacken som en funktion av tiden om man antar att antalet myror är P_0 vid $t = 0$.

(b) Hur många myror bor i stacken efter lång tid ($t \to \infty$) under samma förutsättningar som i (a)?

5. Visa med induktion att det för varje positivt heltal n gäller att (6p)

$$\sum_{k=1}^{n}(2k+1) = n(n+2)$$

6. En geometrisk talföljd $a_1, a_2, \dots$ är sådan att $a_2 = 6$ och $a_5 = \frac{3}{4}$. Avgör om serien (4p)

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_k$$

är konvergent, och bestäm i så fall dess summa.

7. Visa att om $f(x)$ är kontinuerlig på ett intervall I och om $F(x)$ och $G(x)$ är primitiva funktioner till $f(x)$ på I, så är $G(x) = F(x) + C$ för någon konstant C. (4p)

8. Formulera och bevisa formeln för en geometrisk summa. (4p)