

# Kursplan: Partiella Differentialekvationer (MVE455); Kf3

11 january, 2018

**Omfattning** Kf-programmets kurs i partiella differentialekvationer (PDE) om 4.5 hp för Kf3 ges i läsperiod 3. Den ingår i kursen partielladifferentialekvationer: TMA372 om 7.5 hp som en delkurs och sammläses med TMA372, dock ej läsveckorna 1 och 2 då det materialet i TMA372 ingår i Kf1:s kurs TMA226.

**Kursbeskrivning** Kursen är den första i partiella differentialekvationer med tillämpningar inom naturvetenskap och teknik. Syftet med kursen är:  
(i) att täcka aktuella grundläggande teorin om partiella differentialekvationer.  
(ii) att presentera några moderna approximationsmetoder.

I den teoretiska delen diskuterar vi välställdheten (*existens, entydighet och stabilitet*). Detta är baserat på svaga formuleringar och minimeringsproblem (Lax-Milgram och Riesz) som verktyg för att visa existensen av en entydig lösning för det betraktade problemet. Dessutom studerar vi stabiliteten hos grundläggande partiella differentialekvationer såsom poisson-, värmeledning-, våg- och konvektion-diffusionsekvationer i form av dirichlet-, neumann- och robinrandvärdesproblem. För att lösa tidsberoende partiella differentialekvationer, krävs studier av begynnelsevärdesproblem såsom populationsdynamik och dynamiska system, inom ramen av ordinära differentialekvationer (ODE).

I approximationsdelen fokuserar vi på att studera Galerkins finita elementmetoder (approximation med styckvisa polynom, generalisering av den kända endimensionella fallet till flera dimensioner) från två synvinklar.

Å ena sidan analyserar vi approximationsförfaranden, och baserat på både den kontinuerliga och diskreta svaga formuleringen kan vi garantera välställdheten hos den konstruerade approximativ lösning och dess stabilitet. Konvergensanalysen är baserad på interpolationsteknik och studeras i både *a priori* (teoretisk) och *a posteriori* (beräkningsbaserad) feluppskattningar.

Å andra sidan arbetar vi med implementeringsaspekter för *a priori* och *a posteriori* feluppskattningar. Här tar vi fram, till exempel, styvhets-, mass- och konvektionsmatriser, samt lastvektorer för att slutligen få ett linjärt ekvationssystem att lösa numeriskt. Studenterna uppmuntras att använda *a posteriori* felanalys för att få optimala beräkningsnät för konkreta problem.

Kursen är en avancerad grundkurs och läses tillsammans med masterprogramsstudenter inom de relevanta disciplinerna samt doktorander i tillämpade ämnen. Kursen består av 27 timmar föreläsningar och 17 timmar övningar. Kf3-studenter går till den första lektionen i läsvecka 1 och följer sedan kursen TMA372 från och med läsvecka 3.

### **Förkunskaper**

- (i) Gedigen bakgrund inom analys i en och flera variabler,
- (ii) kunskaper om linjär algebra och geometri, såsom vektor- och matrisalgebra och linjära rum,
- (iii) kunskaper om den elementära teorin om linjära ordinära differentialekvationer,
- (iv) kännedom om komplexa talsystem,
- (v) en gedigen bakgrund inom fourieranalysen (speciellt variableseparationsmetoden).
- (vi) kunskaper om Galerkins finita elementmetod i en dimension och polynominterpolation i en dimension (motsvarande kursmaterial i finita elementdelen av kursen TMA226).

**Språk:** Engelska (med hänsyn till deltagare från internationella masterprogrammen samt kursens forskarnivåkaraktär).

### **Kurslitteratur**

- M. Asadzadeh, I. An Introduction to the Finite Element Methods (FEM) for Differential Equations, (Komp. finns på Cremona).
- M. Asadzadeh, II. Finite Element Methods (FEM) for Differential Equations in  $\mathbb{R}^d$ ,  $d > 1$  (Electronic Lecture Notes).

### **Referencelitteratur:**

- Computational Differential Equations, K. Eriksson, D. Estep, P. Hansbo and C. Johnson, Studentlitteratur 1996.

**Examinator och föreläsare:** Mohammad Asadzadeh,  
E-post: mohammad@chalmers.se

**Examination:** Inlämningsuppgifter och datorprojekt kombinerad med skriftlig tentamen.