

Tenta i TMV036 Analys och linjär algebra K/Bt/Kf, del A.

1. **Sats.** Formulera och bevisa formeln för feltermen i linjär approximation. **(6p)**

2. **Kontinuitet.**

i) Formulera definitionen på funktion kontinuerlig i en punkt.

ii) Två funktioner f och g , är båda odefinierade i punkten $x = 0$:

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2}}{x} \exp(1+x) \text{ och } g(x) = x \ln(x^2).$$

Bestäm om någon av dessa funktioner kan utvidgas till punkten $x = 0$ (d.v.s. om $f(0)$ eller $g(0)$ kan definieras i punkten $x = 0$) så att funktionen blir kontinuerlig i den punkten. I fall det är möjligt ange hur man kan göra det. **(6p)**

3. **Tillämpning av derivator.** Betrakta funktionen:

$$g(x) = x - \sqrt[3]{x+1}$$

Bestäm punkter där funktionen är kontinuerlig, singulära punkter, lokala extrempunkter, absolut maximum och absolut minimum om de finns. **(6p)**

Bestäm de intervall där funktionen är växande, avtagande, böjningspunkter (inflection points), och de intervall där funktionen är konkav uppåt och konkav neråt. Rita en skiss av grafen till funktionen. **(4p)**

4. **Linjär approximation.** Betrakta funktionen $f(x) = \sin(x)$ och dess linjär approximation för $x = 3/4\pi + 0,1$ och $a = 3/4\pi$. Uppskatta feltermen för approximationen och ange intervallet där värdet $\sin(3/4\pi + 0,1)$ måste ligga enligt dina uppskattningar. **(6p)**

5. **Gränsvärden.** Beräkna gränsvärdet: $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin(x))^{1/x}$ **(6p)**

6. **Geometri i rummet.** Ange ekvationer på standart form för skärningslinjen av två plan givna med ekvationer $2x - 3y + z - 5 = 0$ och $3x + y - 2z - 4 = 0$. **(6p)**

7. **Geometri i rummet.** Bestäm skärningspunkten mellan planet $4x - 7y + 5z - 20 = 0$ och linjen genom origo med riktningsvektorn som utgör likadana vinklar med basvektorer i, j, k . **(4p)**

8. **Vektorer.** Bestäm vinkeln mellan vektorer \vec{a} och \vec{b} om vektorn $\vec{a} + 3\vec{b}$ är vinkelrät mot vektorn $7\vec{a} - 5\vec{b}$ och vektorn $\vec{a} - 4\vec{b}$ är vinkelrät mot vektorn $7\vec{a} - 2\vec{b}$. **(6p)**

Tips: Börja lösa uppgifter från den som verkar vara lättast, ta sedan den som känns vara näst lättast o.s.v.

Maxpoäng: 50 ; **3:** 20; **4:** 30; **5:** 40