

Tentan i TMV036 Analys och linjär algebra K/Bt/Kf, del A.

- Sats.** Formulera och bevisa instängningsatsen (squeeze theorem, eller satsen om två polismännen). **(6p)**
- Kontinuitet.**
 - Formulera definitionen på funktion kontinuerlig i en punkt.
 - Ange om någon av givna funktioner $f(x) = \sin(\exp(-1/x))$ och $g(x) = x \arctan(1/x)$, båda odefinierade i punkt $x = 0$, kan utvidgas till punkten $x = 0$ (d.v.s. definieras i punkten $x = 0$) så att de blir kontinuerliga i den punkten. I fall det är möjligt ange hur man kan göra det. **(6p)**
- Tillämpning av derivator.** Betrakta funktionen $f(x) = \frac{\sqrt{x^2-1}}{x^2}$
 - Bestäm punkter där funktionen är definierad, kontinuerlig. Bestäm kritiska punkter, singulära punkter, lokala extrempunkter, absolut maximum och absolut minimum om de finns. **(6p)**
 - Bestäm de intervall där funktionen är växande, avtagande, böjningspunkter (inflection points), och de intervall där funktionen är konkav upp och konkav neråt. Rita en skiss av grafen till funktionen. **(4p)**
- Linjär approximation.** Betrakta funktionen $f(x) = \cos(x)$ och dess linjär approximation för $x = \frac{3}{4}\pi - 0.1$ och $a = \frac{3}{4}\pi$. Uppskatta feltermen för approximationen och ange intervallet där värdet $\cos(\frac{3}{4}\pi - 0.1)$ måste ligga enligt dina uppskattningar. **(6p)**
- Gränsvärde.** Beräkna gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt{1+x^2} - 1}{\ln(1+x^2)} \right)$ **(6p)**
- Plan i rummet.** Beräkna avståndet mellan ett plan och origo om planet skär koordinataxlarna i punkter a, b, c . **(4p)**
- Linjer i rummet.** Bestäm om två följande linjer skär varandra. Linjer är givna med ekvationer: $\frac{x-1}{2} = \frac{y-7}{1} = \frac{z-5}{4}$ och $\frac{x-6}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{1}$ **(6p)**
- Vektorer, skalär produkt.** Betrakta vektorer \vec{a} och \vec{b} sådana att $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 5$, och vinkeln mellan \vec{a} och \vec{b} är $\theta = \frac{2}{3}\pi$. Bestäm ett tal C sådant att vektorer $\vec{p} = C\vec{a} + 17\vec{b}$ och $\vec{q} = 3\vec{a} - \vec{b}$ är vinkelräta. **(6p)**
Tips: Börja lösa uppgifter från den som verkar vara lättast, tar sedan den som känns vara näst lättast o.s.v.