

Tenta i TMV036 Analys och linjär algebra K/Bt/Kf, del A.

1. **Sats.** Formulera och bevisa l'Hopitals första regel. **(6p)**

2. **Gränsvärden.**

i) Formulera definitionen för gränsvärde av funktion i en inre punkt av dess definitionsmängd.

ii) Betrakta funktioner f och g både odefinierade i $x = 0$:

$$f(x) = \sin\left(\pi \frac{\sqrt{x^2}}{x}\right) \text{ och } g(x) = \exp\left(-\frac{1}{x}\right).$$

Bestäm om någon av dessa funktioner har gränsvärde då $x \rightarrow 0$. **(6p)**

3. **Tillämpning av derivator.** Betrakta funktionen: $g(x) = x - \sqrt{(x-2)(x+1)}$.

Bestäm dess definitionsmängd, punkter där funktionen är kontinuerlig, singulära punkter, lokala extrempunkter, absolut maximum och absolut minimum om de finns. **(6p)**

Bestäm de intervall där funktionen är växande, avtagande, och asymptoter till grafen. Rita en skiss av grafen till funktionen. **(4p)**

4. **Linjär approximation.** Betrakta funktionen $f(x) = \operatorname{atan}(x)$ och dess linjär approximation för $x = 1$, 1 och $a = 1$. Uppskatta feltermen för approximationen och ange intervallet där värdet $\operatorname{atan}(1, 1)$ måste ligga enligt dina uppskattningar. **(6p)**

5. **Gränsvärden.** Beräkna gränsvärdet: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \sin(x) - 1}{1 - \cos(x)}$ **(6p)**

6. **Geometri i rummet.** Bestäm om linjer givna med ekvationer $\frac{x-3}{5} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{4}$ och $\frac{x-8}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-6}{-2}$ skär varandra (har en gemensam punkt). **(6p)**

7. **Geometri i rummet.** Betrakta triangeln ABC med hörnpunkter: $A(4, 1, -2)$, $B(2, 0, 0)$, $C(-2, 3, -5)$. Bestäm ekvationen på standart form för triangelns höjd genom punkten B , d.v.s. den linjen som ligger i triangelns plan, går genom punkten B , och är vinkelrät mot sidan AC . **(6p)**

8. **Vektorer.** Bestäm vinkeln mellan vektorer \vec{a} och \vec{b} givna som $\vec{a} = 3\vec{p} + 2\vec{q}$ och $\vec{b} = \vec{p} + 5\vec{q}$, där \vec{p} och \vec{q} är enhetsvektorer (har längder lika med 1), och är vinkelräta mot varandra. **(4p)**

Tips: Börja lösa uppgifter från den som verkar vara lättast, ta sedan den som känns vara näst lättast o.s.v.