

**Tentamen i MVE460 Envariabelanalys och analytisk geometri
och TMV036 Analys och linjär algebra del A.**

1. **Sats.** Formulera och bevisa formeln för derivata av produkten av två funktioner. **(6p)**

2. **Kontinuitet.**

(a) Formulera definitionen på att en funktion $f(x)$ kontinuerlig i en punkt a .

(b) Ange om någon av funktionerna $f(x) = \arctan\left(\frac{1}{x^2}\right)$ och $g(x) = \tan\left(\frac{\pi\sqrt{x^2}}{4x}\right)$, båda odefinierade i punkten $x = 0$, kan utvidgas till punkten $x = 0$ (d.v.s. definieras i punkten $x = 0$) så att de blir kontinuerliga i den punkten. I fall det är möjligt ange hur man kan göra det. **(6p)**

3. **Tillämpning av derivator.** Betrakta funktionen

$$f(x) = (x^2 + 1)e^{1-|x|}.$$

(a) Bestäm kritiska punkter, singulära punkter, lokala extrempunkter samt största och minsta värde om de finns. **(6p)**

(b) Bestäm de intervall där funktionen är växande, avtagande, strikt konvex (konkav uppåt) och strikt konkav (konkav nedåt) samt ange inflexionspunkter (böjningspunkter). Rita en skiss av grafen till funktionen. **(4p)**

4. **Taylor-utveckling.** Ange Taylor-utvecklingen av ordning 3 kring $x = 1$ av funktionen $f(x) = x^x$ med felterm på \mathcal{O} -form. (Tips $x^x = e^{x \ln x}$.) (Lägre poäng för ordning 2.) **(6p)**

5. **Gränsvärde.** Beräkna gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2) - \ln(1-x^2)}{1 - \cos(x)}$. **(6p)**

6. **Linjer i rummet.** Beräkna minsta avståndet mellan de två linjerna \mathbf{L}_1 och \mathbf{L}_2 , där \mathbf{L}_1 är linjen genom $(0, 1, 3)$ parallell med vektorn $\hat{x} + \hat{y}$ och \mathbf{L}_2 ges av $x = 2 + t$, $y = 2$, $z = 1 - t$ med parameter $t \in \mathbb{R}$. **(6p)**

7. **Geometri i rummet.** Ange på standardform ekvationerna för skärningslinjen mellan de två planen som ges av $3x - y + 2z = 4$ och $x - y + z = 1$. **(6p)**

8. **Vektorer i rummet.** En triangel har hörn i punkterna $A = (1, 1, 1)$, $B = (3, 3, 0)$, $C = (5, 2, 2)$. Hur stor är triangelns vinkel vid punkten A ? **(4p)**

Tips: Börja med uppgiften som verkar vara lättast, ta sedan den som känns näst lättast o.s.v.