

**Tentamen i MVE460 Envariabelanalys och analytisk geometri  
och TMV036 Analys och linjär algebra del A.**

1. **Sats.** Formulera och bevisa Rolles sats. (6p)

2. **Gränsvärden.**

a) Formulera definitionen för gränsvärde av en funktion i en inre punkt av dess definitionsmängd.

b) Betrakta funktionerna  $f(x) = \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x^2}$  och  $g(x) = \arctan(1/x)$  båda odefinierade i  $x = 0$ . Bestäm om någon av dessa funktioner har gränsvärde då  $x \rightarrow 0$ . (6p)

3. **Tillämpning av derivator.** Betrakta funktionen

$$f(x) = \begin{cases} 1 + \arctan(x), & x < 0 \\ 2x^3 - 2x^2 + 1, & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

a) Bestäm kritiska punkter, singulära punkter, lokala extrempunkter samt största och minsta värde om de finns. (6p)

b) Bestäm de intervall där funktionen är växande, avtagande, strikt konvex (konkav uppåt) och strikt konkav (konkav nedåt) samt ange inflexionspunkter (böjningspunkter). Rita en skiss av grafen till funktionen. (4p)

4. **Taylor-utveckling.** Ange Taylor-utvecklingen av ordning 3 kring  $x = 2$  av funktionen  $f(x) = \ln(x^2 - 2)$  med felterm på  $\mathcal{O}$ -form. (6p)

5. **Gränsvärde.** Beräkna gränsvärdet  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\exp(x^2) - \cos(x)}{\sin(x^2)}$ . (6p)

6. **Geometri i rummet.** Ange ekvationen på standardform för det plan som går genom linjen  $\frac{x-2}{2} = y - 2 = -z - 1$  och punkten  $(0, 3, 2)$ . (6p)

7. **Geometri i rummet.** Bestäm avståndet mellan de två parallella planen  $2x - 2y + 3z = -2$  och  $2x - 2y + 3z = 5$ . (6p)

8. **Vektorer i rummet.** Beräkna vinkeln mellan  $\mathbf{u}$  och  $\mathbf{v}$  samt den ortogonala vektorprojektion av  $\mathbf{u}$  på  $\mathbf{v}$  då  $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$  och  $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ . (4p)

**Tips:** Börja med uppgiften som verkar vara lättast, ta sedan den som känns näst lättast o.s.v.