

Tenta i TMV036 Analys och linjär algebra K/Bt/Kf, del A.

1. **Sats.** Formulera och bevisa satsen om feluppskattning för linjär approximation. (6p)

2. **Gränsvärde och kontinuitet.**

i) Formulera definitionen av vänstergränsvärde .

ii) Två funktioner f och g är båda odefinierade i punkten $x = 0$: $f(x) = \sin\left(\frac{1}{x}\right) \exp\left(\frac{1}{x}\right)$ och $g(x) = x \ln\left(\frac{1}{x^2}\right)$.

Bestäm om någon av dessa funktioner kan utvidgas till punkten $x = 0$, d.v.s. om $f(0)$ eller $g(0)$ kan definieras i punkten $x = 0$ så att funktionen blir vänsterkontinuerlig i den punkten. I fall det är möjligt, ange hur man kan göra det. (6p)

3. **Tillämpning av derivator.** Betrakta funktionen:

$$g(x) = |x| \exp(-x^2)$$

Bestäm punkter där funktionen inte är kontinuerlig, singulära punkter, lokala extrempunkter, absolut maximum och absolut minimum om de finns. (6p)

Bestäm de intervall där funktionen är växande, avtagande, böjningspunkter (inflection points), och de intervall där funktionens graf är konkav uppåt och konkav neråt. Rita en skiss av grafen till funktionen. (4p)

4. **Linjär approximation.** Betrakta funktionen $f(x) = \arcsin(x)$ och dess linjär approximation kring $a = \frac{1}{2}$ för $x = \frac{6}{10}$. Uppskatta feltermen för den approximationen och ange intervallet där värdet $\arcsin(x)$ måste ligga enligt dessa uppskattningar. (6p)

5. **Gränsvärden.** Beräkna gränsvärdet: $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan(x) - x}{x - \sin(x)} \right)$. (6p)

6. **Geometri i rummet.** Bestäm skärningspunkten av en linje och ett plan.

Linjen är given av ekvationerna $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{6}$.

Planet är given av ekvationen $2x + 3y + z - 1 = 0$. (4p)

7. **Geometri i rummet.** Bestäm kortaste avståndet mellan linjer med ekvationer:

$$\frac{x+5}{3} = \frac{y+5}{2} = \frac{z-1}{-2} \text{ och}$$

$$x = 6t + 9, y = -2t, z = -t + 2. \quad (6p)$$

8. **Vektorer.** Bestäm ändpunkterna A, B av en sträcka AB sådan att punkterna

$$C = (2, 0, 2) \text{ och } D = (5, -2, 0) \text{ delar } AB \text{ i tre lika långa sträckor.} \quad (6p)$$

Tips: Börja lösa uppgifter från den som verkar vara lättast, ta sedan den som känns vara näst lättast o.s.v.

Maxpoäng: 50 ; **3:** 20; **4:** 30; **5:** 40