

Tenta i MVE460 Envariabelanalys och analytisk geometri (TMV036 del A).

1. **Sats.** Formulera och bevisa satsen om gränsvärde av produkt av två funktioner. **(6p)**

2. **Kontinuitet.** Betrakta funktionen:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{\sqrt{x^2 + 16} - 4}; & \text{för } x \neq 0 \end{cases}$$

Ange definitionen av kontinuerlig funktion.

Bestäm om funktionen f kan definieras i punkten $x = 0$ så att den utvidgade funktionen blir kontinuerlig. **(6p)**

3. **Tillämpning av derivator.** Betrakta funktionen:

$$g(x) = |x + 1| \exp(-x^2)$$

Bestäm punkter där funktionen är kontinuerlig, singulära punkter, lokala extrempunkter, absolut maximum och absolut minimum om de finns. **(6p)**

Bestäm de intervall där funktionen är växande, avtagande, böjningspunkter (inflection points), och de intervall där funktionen är konkav uppåt och konkav neråt. Rita en skiss av grafen till funktionen. **(4p)**

4. **Taylor polynom.** Betrakta funktionen $f(x) = \ln(\cos(x))$. Ange dess Taylor polynom av grad 4 runt $x = 0$. **(6p)**

5. **Gränsvärden.** Beräkna gränsvärde: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin 2x} - e^{\sin x}}{x}$. **(6p)**

6. **Geometri i rummet.** Bestäm om följande punkter ligger i samma plan. $A: (3, -2, 3)$; $B: (0, 4, 9)$; $C: (2, 0, 5)$; $D: (2, -8, -1)$. **(6p)**

7. **Geometri i rummet.** För vilka värden av konstanter A och B planet $Ax + By + 6z - 7 = 0$ är vinkelrät mot linjen $\frac{x-2}{2} = \frac{y+5}{-4} = \frac{z+1}{3}$? **(6p)**

8. **Vektorer.** Betrakta vektorer \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{BC} , \overrightarrow{CA} som sammanfaller med sidor i en triangel. Uttryck vektorer \overrightarrow{AM} , \overrightarrow{BN} , \overrightarrow{CP} som sammanfaller med medianer i triangeln med hjälp av givna vektorer \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{BC} , \overrightarrow{CA} . **(4p)**

Tips: Börja lösa uppgifter från den som verkar vara lättast, ta sedan den som känns vara näst lättast o.s.v.

Maxpoäng: 50 ; **3:** 20; **4:** 30; **5:** 40