# Lösningar dugga i MVE460 HT2018

Torsdag den 4 oktober, $8^{30} - 9^{30}$

1. Bestäm eventuella globala extremvärden till $f(x) = 2|x - 1|$ med $D_f = [-2, 2]$.
Funktionen $f(x) = 2|x - 1|$ är kontinuerlig på definitionsmängden $[-2, 2]$ som är ett slutet intervall. Max-minsatsen garanterar då att funktionen har ett globalt max och ett globalt min. Vi undersöker nu möjliga punkter:

1. Kritiska punkter. Vi delar upp funktionen i två fall eftersom vi har ett beloppstecken vars argument byter tecken i $x = 1$.

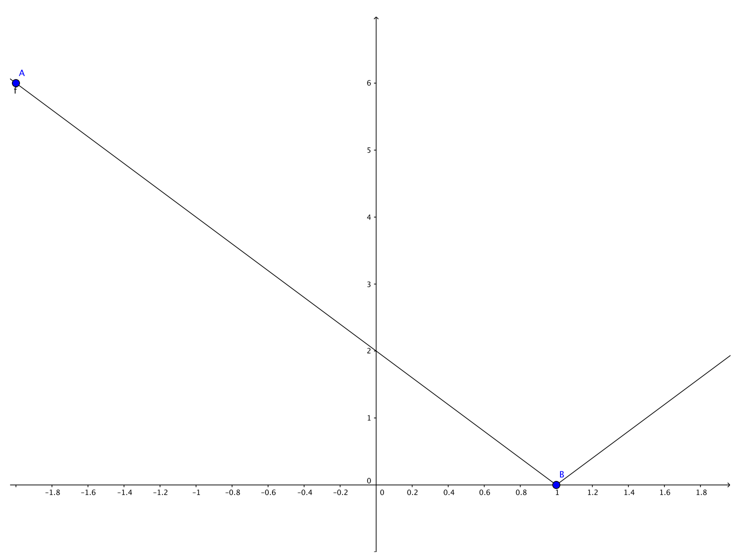
   $x \geq 1$ : Vi har $f(x) = 2(x - 1)$ och $f'(x) = 2$. $f'(x) = 0$ har inga lösningar och vi har inga kritiska punkter här.

   $x < 1$ : Vi har $f(x) = -2(x - 1)$ och $f'(x) = -2$. $f'(x) = 0$ har inga lösningar och vi har inga kritiska punkter här heller.

2. Singulära punkter. Detta är punkter där $f'(x)$ ej är definierad. $f(x)$ är ej deriverbar i skarvpunkten $x = 1$, vilket medför att detta är en singulär punkt. Vi noterar att funktionsvärdet i denna punkt är $f(1) = 0$.

3. Ändpunkter. Definitionsmängdens ändpunkter ges av $x = -2$ och $x = 2$. I dessa punkter tar funktionen värden $f(-2) = 2|-2-1| = 2|-3| = 6$ och $f(-2) = 2|2-1| = 2|1| = 2$

Genom att jämföra de olika kandidaterna till globala extremvärden så ser vi att $f(1) = 0$ är ett globalt minimum och $f(-2) = 6$ är ett globalt maximum.



2. (a)Låt $f(x) = \dfrac{1}{\ln(x^2)}$. Beräkna $f'(x)$.

Vi använder reciprokregeln och kedjeregeln och får:

$$f'(x) = \frac{-\frac{1}{x^2}2x}{(\ln(x^2))^2} = \frac{-2}{x(\ln(x^2))^2} = \frac{-1}{2x(\ln x)^2}$$

(b) Bestäm på vilka intervall funktionen $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 3$ är avtagande.

Funktionen är avtagande då $f'(x) \leq 0$.

$$f'(x) = 6x^2 - 6x - 12 = 6(x^2 - x - 2) = 6(x+1)(x-2).$$

Vi gör en teckentabell

| $x$ | | $-1$ | | $2$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| $x+1$ | $-$ | $0$ | $+$ | $+$ | $+$ |
| $x-2$ | $-$ | $-$ | $-$ | $0$ | $+$ |
| $f'$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ |

och ser att $f$ är avtagande på $[-1, 2]$.

3 (a) Sant. Detta påstående bevisade vi på föreläsningen.

(b) Sant, eftersom $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sin \pi x}{x} = [y = \pi x] = \lim_{y\to 0} \frac{\sin y}{\frac{y}{\pi}} = \lim_{y \to 0} \pi \frac{\sin y}{y} = \pi \cdot 1 = \pi$

(c) Sant. Detta är medelvärdessatsen tillämpad på funktionen $f(x) = x^3$ på intervallet $[a, b]$.

(d) Sant. Felet $E(x) = f(x) - L(x) = \frac{f''(s)}{2}(x-a)^2 > 0$. Om $f''(x) > 0$ så följer det att $f(x) > L(x)$.