Linjära algebrans sammanfattning

Matematisks begrepp	Fem olika formuleringar av ekvivalenta problem.	Lösningar finns för godtyckliga högerled.	Lösningar är entydiga i fall de existerar.	Inversa avbildning till T existerar. Lösningar existerar och är entydiga för godtyckliga högerled.
Linjär avbildning $T(x): R^m \to R^n$ Standardmatris $T(x) = Ax$ Inversa avbildning till $T(x): R^n \to R^n$ $T^{-1}(x): R^n \to R^n$, så att för alla $x \in R^n$. $T(T^{-1}(x)) = T^{-1}(T(x)) = x$	Ekvation $T(x) = y$, $x \in R^m, y \in R^n$	Avbildningen $T(x): R^m \to R^n$ är surjektiv (on to R^n): ekvationen $T(x) = y$ har någon lösning för alla $y \in R^n$	Avbildningen $T(x): R^m \to R^n$ är injektiv (one to one on R^m): olika argument x ger alltid olika värden $T(x)$	Avbildningen $T(x): R^n \to R^n$ har en inversa avbildning T^{-1}. Ekvationen $T(x) = y$ har en entydig lösning $y = T^{-1}(x)$ för alla $y \in R^n$.
Matris-vektor produkt Ax	Matrisekvation $Ax = y$ $x \in R^m, y \in R^n$	Ekvation $Ax = y$ har någon lösning för alla $y \in R^n$	$Ax_1 = Ax_2$ medför att $x_1 = x_2$. Ekvationen $Ax = y$ har bara entydiga lösningar i fall de finns.	Matrisen A har invers: A^{-1}: $AA^{-1} = I$ och $A^{-1}A = I$ Ekvationen $Ax = y$ har en entydig lösning $y = A^{-1}(x)$ för alla $y \in R^n$.
Linjär kombination av en uppsättning $\{a_1, a_2, \dots, a_m\}$ av m vektorer $a_i \in R^m$ $\sum_{i=1}^{m} x_i a_i$ Linjärt oberoende vektorer.	Vektor $y \in R^n$ framställes som en linjär kombination $\sum_{i=1}^{m} x_i a_i = y$	Varje vektor $y \in R^n$ kan framställas som en linjär kombination $\sum_{i=1}^{m} x_i a_i = y$ av vektorer $\{a_1, a_2, \dots, a_m\}$	Framställningen av vektorer $y \in R^n$ som linjär kombination $y = \sum_{i=1}^{m} x_i a_i$ är entydig i fall den finns. Detta är ekvivalnet med att vektorer $\{a_1, a_2, \dots, a_m\}$ är linjärt oberoende.	Varje vektor $y \in R^n$ kan framställas som linjär kombination $y = \sum_{i=1}^{m} x_i a_i$ bara på ett entydigt sätt.
Linjära höljet, spannet av en uppsättning av m vektorer ur R^n $Span(\{a_1, a_2, \dots, a_m\})$ (linjära höljet) - mängden av alla linjära kombinationer av $\{a_1, a_2, \dots, a_m\}$	Vektor $y \in R^n$ hör till spannet (linjära höljet) $Span(\{a_1, a_2, \dots, a_m\})$	Alla vektorer $y \in R^n$ hör till spannet $Span(\{a_1, a_2, \dots, a_m\}$ $R^n = Span(\{a_1, a_2, \dots, a_m\})$	Vektorer y ur spannet $Span(\{a_1, a_2, \dots, a_m\})$ kan framställs som en linjär kombination $\sum_{i=1}^{m} x_i a_i = y$ bara på ett entydigt sätt.	Vektorer $\{a_1, a_2, \dots, a_m\}$ är linjärt oberoende och spänner hela R^n: $R^n = Span(\{a_1, a_2, \dots, a_m\})$
Trappstegsmatris till A: $\begin{matrix} \blacksquare & * & * & * & * & * \\ 0 & \blacksquare & * & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & \blacksquare & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \blacksquare & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$ Pivot positioner är markerade med svarta kvadrater, andra kolonner svarar mot fri variabler. Reducerad trappstegsmatris till A: $\begin{matrix} 1 & 0 & * & 0 & 0 & * \\ 0 & 1 & * & 0 & 0 & * \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$ med ettor på pivotpositioner och nollor ovanför dem	Ekvationssystemet med matris A reduceras med Gauss elimination till ett ekvivalent ekvationssystem med trappstegsmatris. Härifrån ser man om lösningar existerar om de är entydiga eller inte. Systemet med reducerad trappstegsmatris ger ett explicit uttryck av allmän lösning till ekvationen $Ax = y$ (i fall den existerar) på parametrisk vektor form.	Alla påståenden ovan är ekvivalenta med att varje rad i ekvivalenta trappstegsmatrisen har en pivot position: $\begin{matrix} \blacksquare & * & * & * & * & * & * \\ 0 & \blacksquare & * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & \blacksquare & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \blacksquare & * & * \end{matrix}$ Detta garanterar att ekvationssystemet $Ax = y$ har någon lösning för vilket som helst högerled $y \in R^n$.	Alla påståenden ovan är ekvivalenta med att varje kolonn i ekvivalenta trappstegsmatrisen är en pivot kolonn: $\begin{matrix} \blacksquare & * & * & * \\ 0 & \blacksquare & * & * \\ 0 & 0 & \blacksquare & * \\ 0 & 0 & 0 & \blacksquare \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$ Detta betyder att fria variabler saknas. Ekvationen $Ax = y$ har entydiga lösningar i fall de existerar.	Matrisen A (nxn), är radekvivalent med enhetsmatris av samma storlek. Detta betyder att motsvarande reducerad trappstegsmatris är enhetsmatris: $\begin{matrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix}$ Ekvationen $Ax = y$ har en entydig lösning för vilket som helst högerled $y \in R^n$.