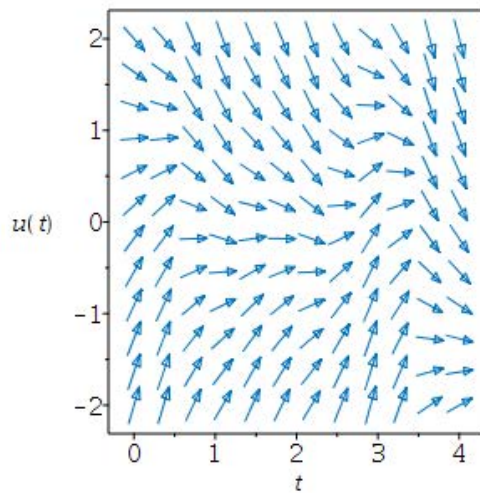


Studio 3 Uppgift 1

Figuren



visar riktningsfältet till differentialekvationen

- ☐ $\frac{d}{dt} u(t) = -u(t) + \sin(t) + \cos(t)$
- ☐ $\frac{d}{dt} u(t) = -u(t) + \sin(4t) + \cos(3t)$
- ☐ $\frac{d}{dt} u(t) = u(t) + \sin(t) + \cos(t)$
- ☐ $\frac{d}{dt} u(t) = -u(t) + \sin(3t) + \cos(4t)$

Studio 3 uppgift 2

Vi ser på begynnelsevärdesproblemet

$$\begin{cases} u' = -u(t) + \sin(t) + \cos(t), & 0 \leq t \leq 4 \\ u(0) = 2. \end{cases}$$

Lös problemet med Eulers framåtmetod och rita en graf av lösningen. Använd 50 delintervall.

Ange slutvärdet på din approximation.

Svar: $u(4) =$  

Lös också problemet exakt, på papper, och ange värdet $u(4)$ med fyra decimaler.

Svar: $u(4) =$  

Studio 3 uppgift 3

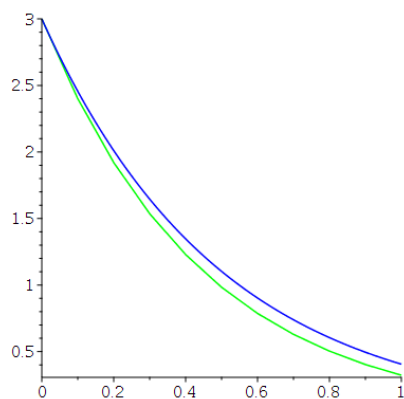
- (a) $\begin{cases} u' = t^2, & 0 \leq t \leq 2 \\ u(0) = 4. \end{cases}$
- (b) $\begin{cases} u' = 3u(t), & 0 \leq t \leq 1 \\ u(0) = 2. \end{cases}$
- (c) $\begin{cases} u' = \cos(4t), & 0 \leq t \leq 3.1 \\ u(0) = 2. \end{cases}$
- (d) $\begin{cases} u' = -2u(t), & 0 \leq t \leq 1 \\ u(0) = 3. \end{cases}$

med Eulers metod. Använd en funktion **min_ode** som beräknar en numerisk lösning och som används enligt **[t,U]=min_ode(f,l,ua,h)**

In- och ut-variablerna förklaras i programskalet **min_ode.m** som finns på kursens hemsida.

Lös också begynnelsevärdesproblemet analytiskt (dvs. hitta en formel för lösningen).

Rita både den analytiska lösningen och den approximativa lösningen med steglängd **$h = 0.1$** i samma figur.



Figuren visar resultatet för problem

- ☐ (a)
- ☐ (b)
- ☐ (c)
- ☐ (d)

Den gröna kurvan är

- ☐ lösningen med steglängd **$h = 0.1$**
- ☐ den exakta lösningen

Den exakta lösningen ges av **$u(t) =$**



Studio 3 uppgift 4

Vi ser på begynnelsevärdesproblemet

$$\begin{cases} u' = -u(t) + \sin(4t) + \cos(3t), & 0 \leq t \leq 3 \\ u(0) = 2. \end{cases}$$

Lös problemet med **ode45**. Rita en graf av lösningen i en figur som även innehåller riktningsfältet. Beräkna sedan en lösning med **min_ode** (dvs Eulers metod) med steglängd **0.05** och **0.001** och rita upp den i samma figur. Använd olika färg för de olika graferna.

Beräkna slutvärdet $u(3)$ för de tre lösningar.

Svar:

med steglängd 0.05 i **min_ode**: $u(3) =$  

med steglängd 0.001 i **min_ode**: $u(3) =$  

med **ode45**: $u(3) =$  

Ange svaren med fyra decimaler (**format short**).

Studio 3 uppgift 5

Lös systemet differentialekvationer för

$$\begin{cases} \theta' = \varphi, & \theta(0) = \theta_0 \\ \varphi' = -\frac{g}{l} \sin(\theta), & \varphi(0) = \varphi_0 \end{cases}$$

den matematiska pendeln med hjälp av `ode45`. Här är l stavlängden och g tyngdaccelerationen, som vi antar vara 9.8 m/s^2 . Tag $l = 0.4 \text{ m}$.

Rita fasporträtt och grafer för komponenterna $\theta(t)$ och $\varphi(t) = \theta'(t)$ i separata bilder. Introducera explicit kortare tidssteg i andra argumentet för `ode45` på formen `[t0:steg:t_finish]` för att kunna få fram bättre bilder. Annars väljer `ode45` själv tidssteg mellan t_0 och t_{finish} , som visserligen garanterar förutsatt precision. Men dessa tidssteg kan bli alldeles för stora för att ge bra bilder på lösningsbanor.

Ange den maximala vinkeln θ_{max} för den periodiska lösningen med begynnelsevillkor $\theta(0) = 1, \theta'(0) = 8$. En sådan vinkel motsvarar tidpunkten t_{max} där vinkelhastigheten $\varphi = \theta'$ är noll: $\theta'(t_{\text{max}}) = 0$.

Svar: $\theta_{\text{max}} =$  

Felmarginalen är 0.05.

Ange den maximala vinkelhastigheten θ'_{speed} för den periodiska lösningen med begynnelsevillkor $\theta(0) = 1, \theta'(0) = 5$. En sådan vinkel motsvarar tidpunkten t_{speed} där pendeln går genom undre läget: $\theta(t_{\text{speed}}) = 0$.

Svar: $\theta'_{\text{speed}} =$  

Felmarginalen är 0.1.

Du får gissa dessa tal från fasporträttet eller från graferna för komponenterna $\theta(t)$ och $\varphi(t) = \theta'(t)$. Du kan också läsa av koordinaterna för en punkt på en bild med **MATLAB**-kommandot `ginput`.