Tentamen
MVE470/MVE351 Flervariabelanalys, Exempeltenta
K/Kf/Bt/Ki

Examinator: Lyudmila T, Matematiska vetenskaper, Chalmers

Telefonvakt: , telefon:

Hjälpmedel: bifogat formelblad, ej räknedosa

För godkänt på tentamen krävs antingen minst 23 poäng på godkändtdelens två delar sammanlagt. Bonuspoäng från duggor 2015 räknas med, men maximal poäng på denna del är 32.
För godkänt på kursen skall också Matlabmomentet vara godkänt. För betyg 4 eller 5 krävs dessutom 33 resp. 42 poäng sammanlagt på tentamens två delar.

Del 1: Godkäntdelen

1. Denna uppgift finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. Detta blad inlämnas tillsammans med övriga lösningar. (11p)

2. (a) Beräkna dubbelintegralen (3p)

$$\iint_D xy^2 dA$$

där D är det område som avgränsas av x-axeln och de två kurvorna $y = x^2$ och $y = 2 - x$ för $x \geq 0$.

(b) Beräkna trippelintegralen (2p)

$$\iiint_K (x + ye^z) dV$$

där K är ett rätblock som ges av $-1 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$, $1 \leq z \leq 2$.

3. Låt $f(x, y) = 3 + x - x^2 - y^2$. Bestäm största och minsta värdena för $f(x, y)$ i området $x \leq y \leq \sqrt{x}$. (5p)

4. (a) Vad menas att ett vektorfält är konservativt? (1p)

(b) Låt $\boldsymbol{F}(x, y) = (2xy - 3)\boldsymbol{i} + (x^2 + \cos y)\boldsymbol{j}$. Visa att $\boldsymbol{F}$ är konservativt. Beräkna det arbete som $\boldsymbol{F}$ uträttar för att förflyta en partikel rätlinjigt från $(0, 0)$ till $(2, 1)$. (5p)

5. Beräkna $\oint_C y^2 dx + x dy$ över randen C med moturs orientering till övre halvan av enhetscirkelnskivan, dvs $x^2 + y^2 \leq 1, y \geq 0$, genom att (5p)

(a) parametrisera randen och räkna ut kurvintegralen;

(b) använda Greens formel.

VÄND!

Del 2: Överbetygsdelen

Endast om man ligger enstaka poäng från godkänt och presterat riktigt bra på någon av följande uppgifter kan poäng på denna del räknas in för att nå godkäntgränsen. Normalt krävs för poäng på uppgift att man redovisat en fullständig lösningsgång, som i princip lett, eller åtminstone skulle kunnat leda, till målet.

6. Bestäm de punkter på skärningskurvan mellan konen $z^2 = x^2 + y^2$ och planet $z = x + y + 2$ som ligger närmast origo. Bestäm också de som ligger längst från origo. (6p)

7. Låt $\boldsymbol{F}(x, y, z) = x^2\boldsymbol{i} + y^2\boldsymbol{j} + z^2\boldsymbol{k}$. Beräkna flödet av $\boldsymbol{F}$ ut ur området $z \leq 4 - x^2 - y^2$, $z \geq 0$. (Tips: Symmetriargumenter kan hjälpa vid beräkningen av en dubbelintegral). (6p)

8. Redogör för och motivera hur man kan beräkna flöde av ett vektorfält genom en orienterad yta samt formulera divergenssatsen och förklara hur divergensen kan tolkas som flödestäthet. (6p)

Lycka till!
Lyudmila T

Anonym kod	MVE470/MVE351 Flervariabelanalys, Exempeltenta K/Kf/Bt/Ki	sid.nummer 1	Poäng

1. Till nedanstående uppgifter skall korta lösningar redovisas, samt svar anges, på anvisad plats (endast lösningar och svar på detta blad, och på anvisad plats, beaktas).

(a) Låt $f(x, y) = 2x + y + e^{y^2 - x^2}$. Bestäm en ekvation för tangentplanet till ytan $z = f(x, y)$ i $(0, 0, 1)$. Bestäm även ett aproximativt värde $f(-0.02, 0.01)$. (3p)

Lösning:

Svar: ....

(b) Bestäm längden av kurvan med parametriseringen $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t) = \ln t\boldsymbol{i} + t^2\boldsymbol{j} + 2t\boldsymbol{k}$, $1 \leq t \leq 2$. (3p)

Lösning:

Svar: ....

(c) Antag att $f(x, y)$ har kontinuerliga partiella derivator av ordning två. Uttryck $\frac{d}{ds}f(x, y)$ och $\frac{d^2}{ds^2}f(x, y)$ i termer av de partiella derivatorna till $f(x, y)$, där $x = e^s$, $y = s^2$. . (3p)

Lösning:

Svar: ....

(d) Beräkna divergensen och rotationen för vektorfältet $\boldsymbol{F} = xy\boldsymbol{i} + z\boldsymbol{j} + yz^2\boldsymbol{k}$. Är vektorfältet källfritt och/eller virvelfritt i $\mathbb{R}^3$? (2p)

Lösning:

Svar: ....