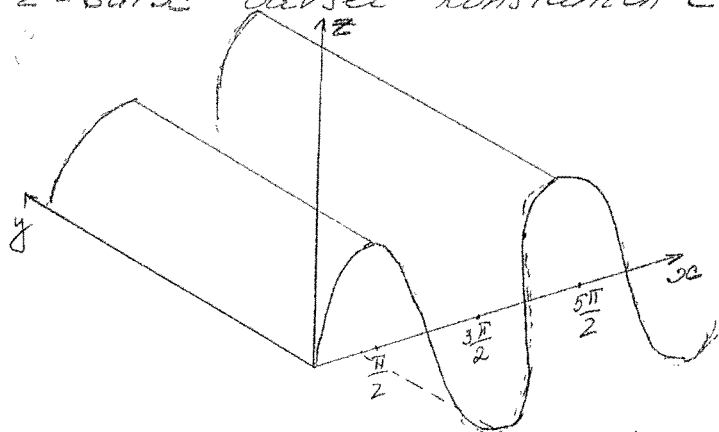


Övningshjälp och svar till jämnare uppgifter

Adams: 12.1, 11.1, 11.3,
12.2, 12.3

12 (A:12.1)

Skärningen mellan ytan och planet $y=C$, $C \in \mathbb{R}$
(ett plan som är parallellt med xz -planet)
är kurvan $z = \sin x$ givet konstanten C .

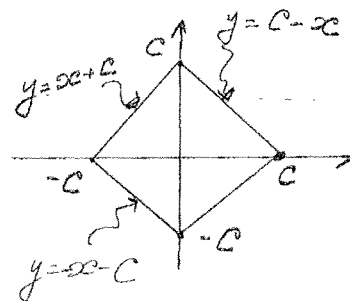


15 (A:12.1) Nivåkurvor är cirklar med centrum i origo
Skärningen med yz -planet $x=0$ är
 $z = \sqrt{y^2} = |y|$. Detta visar att ytan är en
kon och ej en paraboloid.

17 (A:12.1) Nivåkurvor är $|x| + |y| = C$, $C \geq 0$.

dvs

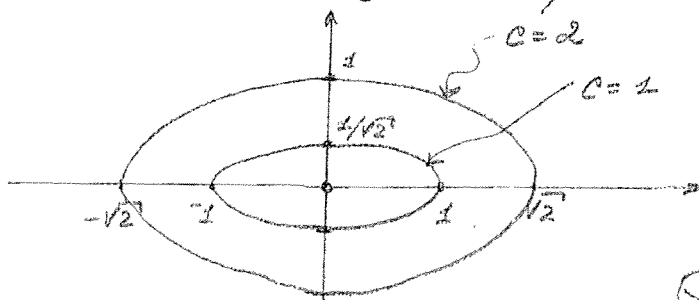
- $x+y=C$ då $x, y \geq 0$
- $-x+y=C$ då $x \leq 0, y \geq 0$
- $x-y=C$ då $x \geq 0, y \leq 0$
- $-x-y=C$ då $x \leq 0, y \leq 0$



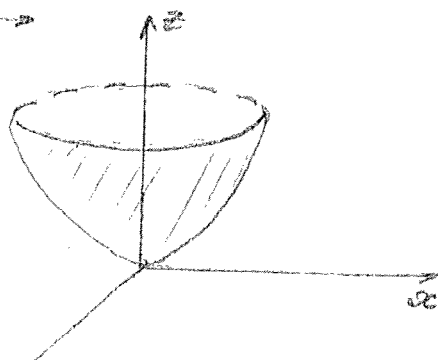
20 (A:12.1) Nivåkurvor är $x^2 + 2y^2 = C$, $C \geq 0$

dvs ellipsen

$C=0: (x,y)=(0,0)$
 $C=1: x^2 + 2y^2 = 1$
 $C=2: \frac{x^2}{2} + y^2 = 1$

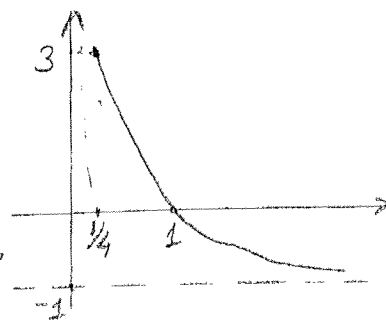


Ytan är en elliptisk
paraboloid:



3(8.2) Om $x = \frac{1}{t}$, $y = t^{-1}$ så
 $t = \frac{1}{x}$ och $y = \frac{1}{x} - 1$

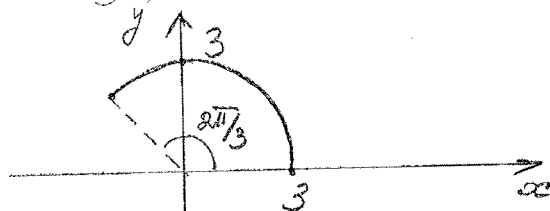
eftersom $0 < t < 4$, $\frac{1}{4} < x < \infty$.
 Kurvan blir alltså $y = \frac{1}{x} - 1$, $\frac{1}{4} < x < \infty$



5(8.2) Om $x = 3\sin 2t$, $y = 3\cos 2t$
 så $\frac{x}{3} = \sin 2t$ och $\frac{y}{3} = \cos 2t$

varav
 $\frac{x^2}{3^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1$ dvs $x^2 + y^2 = 3^2$ (kurvan är en del av cirkeln $x^2 + y^2 = 3^2$)

eftersom $0 \leq 2t \leq \frac{2\pi}{3}$,
 blir den



7(8.2) Om $x = 3\sin \pi t$ och $y = 4\cos \pi t$,
 så $\frac{x}{3} = \sin \pi t$ och $\frac{y}{4} = \cos \pi t$

varav $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$

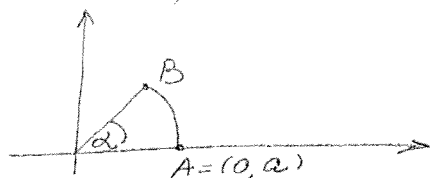
dvs kurvan är en del av ellipsen $\frac{x^2}{3^2} + \frac{y^2}{4^2} = 1$

Att $-\pi \leq \pi t \leq \pi$ får vi att den är den övre delen av ellipsen.

11 (A:1.11) Vi skall bestämma mängden av punkterna
 (x, y, z) s.a $x = ae^t$, $y = be^t$, $z = ce^t$, t -godtyckligt,
 dvs $\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = e^t \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$

Detta visar att kurvan är en del av rät
 linjen genom origo med riktningsvektorn $\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$.
 Vilken del?

4 (A:11.3) Längden av cirkelbågen AB är $t = \alpha a$



Svar: Parametriseringen är
 $r = r(t) = a \cos\left(\frac{t}{a}\right) \mathbf{i} + a \sin\left(\frac{t}{a}\right) \mathbf{j}$
 $0 \leq t \leq a \frac{\pi}{2}$

13, 19 (A: 11.3) Använd formeln på sidan 641

2 (A: 12.2) Svar: 0

$$8 \text{ (A: 12.3)} \quad \frac{\partial f}{\partial x} = -\frac{x}{(x^2+y^2)^{3/2}}, \quad \frac{\partial f}{\partial y} = -\frac{y}{(x^2+y^2)^{3/2}}$$

11 (A: 12.3)

$$\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{(0,0)} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(0+h, 0) - f(0, 0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{2h^3}{h^2} - 0}{h} = 2$$

På liknande sätt beräknas $\left. \frac{\partial f}{\partial y} \right|_{(0,0)}$

14 (A: 12.3) Använd formeln på s. 687

$$\text{Svar: } z = \frac{1}{2}(x-1) - \frac{1}{2}(y-1)$$

