Tentamen
MVE470/MVE351 Flervariabelanalys, K/Kf/Bt/Ki

2016-08-26 08.30–12.30

Examinator: Lyudmila T, Matematiska vetenskaper, Chalmers

Telefonvakt: Adam Malik, telefon:

Hjälpmedel: bifogat formelblad, ej räknedosa

För godkänt på tentamen krävs antingen minst 23 poäng på godkäntdelens två delar sammanlagt. Bonuspoäng från duggor 2016 räknas med, men maximal poäng på denna del är 32.
För godkänt på kursen skall också Matlabmomentet vara godkänt. För betyg 4 eller 5 krävs dessutom 33 resp. 42 poäng sammanlagt på tentamens två delar.

Del 1: Godkäntdelen

1. Denna uppgift finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. Detta blad inlämnas tillsammans med övriga lösningar. (11p)

2. (a) Beräkna dubbelintegralen (3p)

$$\iint_D xy dA$$

där D är triangeln med hörn i $(0,0)$, $(2,0)$ och $(0,3)$.

(b) Området D utgörs av det sfäriska skallet $1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 4$. Beräkna trippelintegralen (2p)

$$\iiint_D \frac{1}{x^2 + y^2 + z^2} dV.$$

3. En partikel rör sig längs kurvan $\boldsymbol{r}(t) = t^2\boldsymbol{i} + (1+t)\boldsymbol{j}$. Skissa banan. I vilken punkt befinner sig partikeln då dess fart är 5 (l.e./s). (4p)

4. Låt $f(x,y) = (x+y)e^{-x^2-y^2}$. Bestäm största oh minsta värdena för $f(x,y)$ i området $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x + geq0, x^2 + y^2 \leq 4\}$. (5p)

5. Låt C vara randen till område i xy-planet som begränsas av linjen $y = x$ och parabeln $y = x^2$ orienterad moturs. Beräkna $\oint_C xydx + (x+y)dy$ genom att

(a) parametrisera randbitarna och använda definitionen av kurvintegral;

(b) använda Greens formel.

VÄND!

Del 2: Överbetygsdelen

Endast om man ligger enstaka poäng från godkänt och presterat riktigt bra på någon av följande uppgifter kan poäng på denna del räknas in för att nå godkäntgränsen. Normalt krävs för poäng på uppgift att man redovisat en fullständig lösningsgång, som i princip lett, eller åtminstone skulle kunnat leda, till målet.

6. Beräkna integralen $\iint_D \frac{x}{y} dxdy$ där D är området i första kvadranten som avgränsas av kurvorna $y = \frac{1}{x}$, $y = \frac{3}{x}$ och linjerna $y = \frac{x}{2}$, $y = 2x$, dvs $D : \frac{1}{x} \leq y \leq \frac{3}{x}$, $\frac{x}{2} \leq y \leq 2x$, $x > 0$, $y > 0$. Tips: välj ett lämpligt variabelbyte.

7. Låt C vara en skärningskurvan mellan paraboloiden $z = x^2 + y^2$ och planet $z = 2x + 2y + 2$. Anta att C är positivt orienterad sett ovanifrån. Använd Stokes sats för att beräkna kurvintegralen $\int_C \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r}$, där $\boldsymbol{F}(x, y, z) = xy\boldsymbol{i} + z^2\boldsymbol{k}$. (6p)

8. (a) Definiera begreppet gradient och riktningsderivata för en funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$. Redogör för geometriska egenskaper hos gradienten. (3p)

(b) Formulera och bevisa sambandet mellan riktningsderivata och gradient. (3p)

Lycka till!
Lyudmila T

Anonym kod	MVE470/MVE351 Flervariabelanalys, K/Kf/Bt/Ki	sid.nummer 1	Poäng

1. Till nedanstående uppgifter skall korta lösningar redovisas, samt svar anges, på anvisad plats (endast lösningar och svar på detta blad, och på anvisad plats, beaktas).

(a) Låt $f(x, y) = \sqrt{x^2 + 3y^2}$. Linjärisera f i punkten $(1, 1)$ och betsäm ett approximativt värde för $f(1.09, 1.01)$. (3p)

Lösning:

Svar: ....

(b) Bestäm talet a så att fältet $\boldsymbol{F}(x, y, z) = (x+3y)\boldsymbol{i}+(y-2z)\boldsymbol{j}+(x+az)\boldsymbol{k}$ blir källfritt. (3p)

Lösning:

Svar: ....

(c) Punkten $P = (0, 1, 1)$ ligger på ytan $\boldsymbol{r}(t, s) = (s\cos t, s\sin t, s^2)$, $0 \le s \le 2$, $0 \le t \le 2\pi$. Bestäm en normal till ytan i punkten P. . (3p)

Lösning:

Svar: ....

(d) Låt $f(x, y) = 4x^2 + 4xy + 9y^2 + x^4$. Visa att $P = (0, 0)$ är en kritisk punkt till f och avgör om funktionen har ett lokalt maximum eller lokalt minimum i P, eller om P är en sadelpunkt. (3p)

Lösning:

Svar: ....