Tentamen
MVE470/MVE351 Flervariabelanalys, K/Kf/Bt/Ki

2016-03-18 14.00 - 18.00

Examinator: Lyudmila T, Matematiska vetenskaper, Chalmers

Telefonvakt: Olof Giselsson, telefon: 5325

Hjälpmedel: bifogat formelblad, ej räknedosa

För godkänt på tentamen krävs minst 23 poäng på godkäntdelens två delar sammanlagt. Bonuspoäng från duggor 2016 räknas med, men maximal poäng på denna del är 32.
För godkänt på kursen skall också Matlabmomentet vara godkänt. För betyg 4 eller 5 krävs dessutom 33 resp. 42 poäng sammanlagt på tentamens två delar.

Del 1: Godkäntdelen

1. Denna uppgift finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. Detta blad inlämnas tillsammans med övriga lösningar. (11p)

2. (a) Beräkna dubbelintegralen (3p)

$$\iint_D (x^2 + y^2)dA$$

där D är det triangeln med hörn i $(0,0)$, $(1,1)$ och $(0,2)$.

(b) Beräkna volymen av den kropp som begränsas av ytorna $z = 8 - x^2 + y^2$ och $z = x^2 + 3y^2$. (3p)

3. Låt $f(x,y) = 4x - 4y - x^2 - y^2$. (5p)

(a) Hitta alla kritiska punkter till $f(x,y)$.

(b) Hitta största och minsta värdena för $f(x,y)$ på cirkeln $x^2 + y^2 = 2$.

(c) Hitta största och minsta värdena för $f(x,y)$ på cirkelskivan $x^2 + y^2 \leq 2$.

4. (a) Vad menas att ett vektorfält är konservativt? (1p)

(b) Låt $\boldsymbol{F}(x,y) = \sin(y-z)\boldsymbol{i} + (y + x\cos(y-z))\boldsymbol{j} - x\cos(y-z)\boldsymbol{k}$. Bestäm rotationen curl$\boldsymbol{F}$. (2p)

(c) För $\boldsymbol{F}$ i (b) beräkna det arbete som $\boldsymbol{F}$ uträttar för att förflytta en partikel rätlinjigt från $(\pi, \pi/2, \pi/2)$ till $(2\pi, \pi/2, 0)$. (3p)

5. Låt S vara den del av sfären $x^2 + y^2 + z^2 = 3$ där $x \geq 0$, $z \geq 0$. (4p)

(a) Beskriv ytan S i sfäriska koordinater.

(b) Beräkna ytintegralen $\iint_S z dS$.

VÄND!

Del 2: Överbetygsdelen

Endast om man ligger enstaka poäng från godkänt och presterat riktigt bra på någon av följande uppgifter kan poäng på denna del räknas in för att nå godkäntgränsen. Normalt krävs för poäng på uppgift att man redovisat en fullständig lösningsgång, som i princip lett, eller åtminstone skulle kunnat leda, till målet.

6. Bestäm de punkter på kurvan $x^4+x^2y^2+2y^4 = 14$ som har störst respektive minst avstånd till origo. Motivera först existensen av sådana punkter. (6p)

7. Låt C vara kurvan som ges av parametriseringen $\boldsymbol{r}(t) = 2\cos t\boldsymbol{i} + 2\sin t\boldsymbol{j} + 2\sin 2t\boldsymbol{k}$, $0 \le t \le 2\pi$ och låt $\boldsymbol{F}(x,y,z) = (e^x - y^3)\boldsymbol{i} + (e^y + x^3)\boldsymbol{j} + e^z\boldsymbol{k}$. Visa att kurvan C ligger i ytan $z = xy$ och cylindern $x^2+y^2 = 4$ och använd Stokes sats för att beräkna kurvintegralen $\oint_C \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r}$. (6p)

8. Formulera Greens formel och bevisa den i specialfallet då kurvan C omsluter en axelparallell rektangel D: $a \le x \le b$, $c \le y \le d$. (6p)

Lycka till!
Lyudmila T

Anonym kod	MVE470/MVE351 Flervariabelanalys, K/Kf/Bt/Ki	sid.nummer 1	Poäng

1. Till nedanstående uppgifter skall korta lösningar redovisas, samt svar anges, på anvisad plats (endast lösningar och svar på detta blad, och på anvisad plats, beaktas).

(a) Låt $f(x,y) = x^2 + 2x^2y + y^4$. Bestäm en normalvektor till ytan $z = f(x,y)$ i punkten $(1,1,4)$. Beräkna riktningsderivatan av f i punkten (1,1) och i riktningen $\boldsymbol{u} = \frac{1}{5}(3\boldsymbol{i} + 4\boldsymbol{j})$. (3p)

Lösning:

Svar: ....

(b) Låt C vara skärningskurvan mellan planet $z = \sqrt{3}x$ och cylindern $y^2 = x^3$. Beräkna längden av den del av kurvan som ligger mellan origo och punkten $(1,1,\sqrt{3})$. (3p)

Lösning:

Svar: ....

(c) Visa att $P = (-\frac{1}{4}, -\frac{1}{4})$ är en kritisk punkt till $f(x,y) = 3x^2 + 2xy + 2x + y^2 + y + 4$ och avgör om funktionen antar ett lokalt maximum eller minimum i P, eller om P är en sadelpunkt. (3p)

Lösning:

Svar: ....

(d) Låt $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, $f(x,y,z) = (x + e^z + y, yx^2)$. Bestäm Jacobimatrisen till $f(x,y,z)$ i punkten $(1,2,0)$ och använd den för att bestämma ett approximativt värde av f i $(1.1, 1.9, 0.2)$. (3p)

Lösning:

Svar: ....