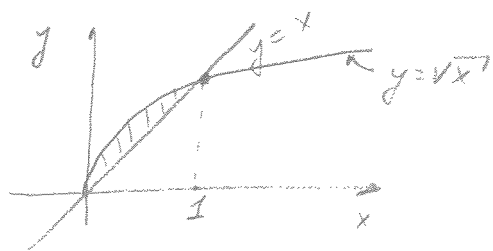


uppgift 3 (exempel tenta)

låt $f(x,y) = 3+x-x^2-y^2$ bestäm största och minsta värdena för $f(x,y)$ i området $x \leq y \leq \sqrt{x}$



• Kritiska punkten

$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial x} = 1-2x = 0 \\ \frac{\partial f}{\partial y} = -2y = 0 \end{cases} \Rightarrow x = \frac{1}{2}, y = 0$$

ej i området

• Randen består av $f_1: y = \sqrt{x}$
och $f_2: y = x$

På f_1 ligger punkterna $(x, \sqrt{x})$, $x \in [0, 1]$

$$f(x, \sqrt{x}) = 3+x-x^2-x = 3-x^2$$

$$\max_{\text{på } f_1} f = 3 \quad (\text{då } x=0)$$

$$\min_{\text{på } f_1} f = 2 \quad (\text{då } x=1)$$

På f_2 ligger punkterna (x, x) , $x \in [0, 1]$

$$f(x, x) = 3+x-x^2-x^2 = 3+x-2x^2$$

$$\text{låt } g(x) = 3+x-2x^2, \quad x \in [0, 1]$$

$$g'(x) = 1-4x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$$

$$g\left(\frac{1}{4}\right) = 3 + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} = 3 + \frac{1}{8}$$

$$g(0) = 3, \quad g(1) = 2$$

$$\max_{\text{på } f_2} f = \max_{\text{på } [0,1]} g = 3 + \frac{1}{8}$$

$$\min_{\text{på } f_2} f = \min_{\text{på } [0,1]} g = 2$$

Svar $\max_{\text{på hela området}} f = 3 + \frac{1}{8}$

$\min_{\text{på hela området}} f = 2$