

MVE470, MVE351, Flevariabelanalys, vt 17

Vecko–PM läsvecka 6

Adams: 15.5, 15.6

Innehåll: Ytintegral, flödesintegral

I avsnitt 15.5 skall vi definiera ytintegral: att parametrisera en yta är en viktig moment i beräkningen av ytintegraler. Vi skall se hur man med *ytintegraler* kan beräkna area, massa och tyngdpunkt av ytor. I avsnitt 15.6 introduceras flödesintegraler. Vi skall se hur man med *flödesintegral* kan beräkna hur mycket av ett visst flöde som passerar genom en given yta per tidsenhet.

Mål: För att bli godkänd på kursen skall du kunna:

- definiera begreppet ytintegral av en funktion över en yta och beräkna sådana integraler då ytan är en parametriserad yta eller av vanligare typ som du själv bör kunna parametrisera(15.5)
- definiera begreppet flödesintegral och beräkna sådana integraler då ytan är parametriserad eller av vanligare typ som du själv bör kunna parametrisera.(15.5.6)

För överbetyg skall du också kunna:

- motivera definitionerna av begreppen kurvintegral av funktion/vektorfält, ytintegral av en funktion och flödesintegral (till exempel genom att ge exempel på tillämpning och förklaring av varför integraltypen kan utnyttjas i exemplet).

Rekommenderade uppgifter

Avsnitt	Uppgifter
A.15.5	3, 7, 9
A.15.6	1, 3, 7

Extra uppgifter

1. Beräkna arean av den del av ytan $z = x^2 + y^2 + 1$ som ligger innanför cylindern $x^2 + y^2 = 9$.
2. Låt S vara den del av sfären $x^2 + y^2 + z^2 = 3$ där $x \geq 0, z \geq 0$.
 - Beskriv ytan S i sfäriska koordinater
 - Beräkna ytintegralen $\iint_S z dS$.
3. Låt $\mathbf{F}(x, y, z) = x^2\mathbf{i} + y^2\mathbf{j} + z^2\mathbf{k}$. Beräkna flödet av $\mathbf{F}$ ut ur området $z \leq 4 - x^2 - y^2, z \geq 0$. (Tips: Symmetriargumenter kan hjälpa vid beräkningen av en dubbelintegral).