Tentamen
MVE470/MVE351 Flervariabelanalys, K/Kf/Bt/Ki

2017-08-25 08.30–12.30

Examinator: Lyudmila T, Matematiska vetenskaper, Chalmers

Telefonvakt: Claes Andersson, telefon: 5325

Hjälpmedel: bifogat formelblad, ej räknedosa

För godkänt på tentamen krävs minst 23 poäng på godkäntdelens två delar sammanlagt. Bonuspoäng från duggor 2017 räknas med, men maximal poäng på denna del är 32.
För godkänt på kursen skall också Matlabmomentet vara godkänt. För betyg 4 eller 5 krävs dessutom 33 resp. 42 poäng sammanlagt på tentamens två delar.

Del 1: Godkäntdelen

1. Denna uppgift finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. Detta blad inlämnas tillsammans med övriga lösningar. (10p)

2. (a) Ange Jacobimatrisen $D\boldsymbol{f}(x,y,z)$ till den funktion $\boldsymbol{f}$ från $\mathbb{R}^3$ till $\mathbb{R}^2$ som ges av $\boldsymbol{f}(x,y,z) = (xz, y^2\cos(yz))$ och beräkna $D\boldsymbol{f}(2,1,0)$. (3p)

(b) Använd bl. a. resultat i (a) för att bestämma ett approximativt värde på $\boldsymbol{f}(1.9, 1.1, 0.2)$. (2p)

3. (a) Beräkna dubbelintegralen (3p)
$$\iint_D \frac{1}{\sqrt{4-x^2-y^2}}dA$$
där $D = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : x^2+y^2 \leq 1, y \geq -x, y \geq 0\}$.

(b) Beräkna trippelintegralen (3p)
$$\iiint_K xy^2 dV$$
där K begränsas av planen $x=0$, $y=0$, $z=0$ samt $z=1-x$ och $y=1$.

4. Låt $f(x,y) = xy^2 - 4x$.

(a) Hitta alla kritiska punkter till $f(x,y)$ och avgör om de är lokala minima, lokala maxima eller sadelpunkter. (3p)

(b) Vad är det största och minsta värdet av f på triangeln som begränsas av linjerna $y=0$, $x+y=3$, $y-x=3$. (3p)

5. Betrakta vektorfältet $\boldsymbol{F}(x,y,z) = x\boldsymbol{i} + y^2\boldsymbol{j} + z^3\boldsymbol{k}$.

(a) Beräkna curl$\boldsymbol{F}$ och avgör om $\boldsymbol{F}$ är konservativt eller inte. Motivera Ditt svar. (2p)

(b) Låt C vara kurvan given på parameterform av $\boldsymbol{r}(t) = (-\cos t, -\cos t, \sqrt{2}\sin t)$, $0 \leq t \leq \pi$. Beräkna kurvintegralen $\int_C \boldsymbol{F}\cdot d\boldsymbol{r}$ (3p)

VÄND!

Del 2: Överbetygsdelen

Endast om man ligger enstaka poäng från godkänt och presterat riktigt bra på någon av följande uppgifter kan poäng på denna del räknas in för att nå godkäntgränsen. Normalt krävs för poäng på uppgift att man redovisat en fullständig lösningsgång, som i princip lett, eller åtminstone skulle kunnat leda, till målet.

6. Bestäm (6p)

$$\iint_D (x + 2y)\cos(2x + y)dxdy$$

där D är parallellogramet som begränsas av fyra linjerna $x+2y = 0$, $x+2y = 1$, $2x+y = -1$ och $2x + y = 1$.

7. Betrakta ytan Y som ges av $x^2 + y^2 = 4$, $1 \leq z \leq 2$.

(a) Parametrisera ytan och beräkna en normal till Y i varje punkt på Y . (3p)

(b) Låt $\boldsymbol{F}(x, y, z) = e^{x^2} y\boldsymbol{i} + \dfrac{sinz}{z}\boldsymbol{j} + e^{yz}\boldsymbol{k}$. Bestäm flödet ut ur Y. (3p)

8. Formulera Greens formel och bevisa den i speciellfallet då kurvan C omsluter en axelparallell rektangel D: $a \leq x \leq b$, $c \leq y \leq d$. (6p)

Lycka till!
Lyudmila T

Anonym kod	**MVE470/MVE351 Flervariabelanalys, K/Kf/Bt/Ki**	sid.nummer **1**	Poäng

1. Till nedanstående uppgifter skall korta lösningar redovisas, gärna på detta blad.

(a) Ange en normalvektor och en ekvation för tangentlinjen till nivåkurvan $4x^2 - 16x + y^2 + 12 = 0$ i punkten $(6/5, 6/5)$. (3p)

Lösning:

Svar: ....

(b) För $f(x, y) = xy - x^3y - xy^3$ bestäm Taylorpolynomet av grad 2 i $(1, 1)$. (2p)

Lösning:

Svar: ....

(c) Kurvan γ ges av $\boldsymbol{r}(t) = (\cos t, \sin t, \cos(2t))$, $t \in [0, 2\pi]$. I vilka punkter har en partikel, som rör sig längs γ, störst fart. Beräkna partikelns acceleration i dessa punkter. (2p)

Lösning:

Svar: ....

(d) Uttryck $\dfrac{d^s}{ds^2}(f(s^2, 2s + 1))$ i de partiella derivatorna av f.

Lösning:

Svar: ....