Tentamen
MVE470/MVE351 Flervariabelanalys, K/Kf/Bt/Ki

2017-06-09 08.30–12.30

Examinator: Lyudmila T, Matematiska vetenskaper, Chalmers

Telefonvakt: Adam Malik, telefon: 5325

Hjälpmedel: bifogat formelblad, ej räknedosa

För godkänt på tentamen krävs minst 23 poäng på godkäntdelen. Bonuspoäng från duggor 2017 räknas med, men maximal poäng på denna del är 32.
För godkänt på kursen skall också Matlabmomentet vara godkänt. För betyg 4 eller 5 krävs dessutom 33 resp. 42 poäng sammanlagt på tentamens två delar.

Del 1: Godkäntdelen

1. Denna uppgift finns på separat blad på vilket lösningar och svar helst skall skrivas. Detta blad inlämnas tillsammans med övriga lösningar. (10p)

2. (a) Beräkna dubbelintegralen (3p)
$$\iint_D xy^2 dA$$
där D är triangeln med hörnen $(0,0)$, $(1,1)$, $(2,0)$.

(b) Beräkna volymen av den kropp K som begränsas av paraboloiden $z = x^2 + y^2$ samt planen $z = 1$ och $z = 2$, dvs dvs $K = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq z, 1 \leq z \leq 2\}$. Skissa kroppen. (3p)

3. Använd Lagranges metod för att bestämma största och minsta avståndet från kurvan $x^4 + x^2y^2 + 2y^4 = 1$ till origo. (5p)

4. (a) Vad menas att ett vektorfält är konservativt? (1p)

(b) Betrakta det konservativa vektorfältet $\boldsymbol{F}(x,y,z) = (2xyz - 6x\sin y)\boldsymbol{i} + (x^2z - 3x^2\cos y)\boldsymbol{j} + (x^2y + e^z)\boldsymbol{k}$.

i. Hitta en potential till $\boldsymbol{F}$. (3p)

ii. Beräkna det arbete som $\boldsymbol{F}$ uträttar för att förflytta en partikel längs kurvan $\boldsymbol{r}(t) = (t, t^2, t^3)$, $0 \leq t \leq 1$. (2p)

5. Betrakta vektorfältet $\boldsymbol{F}(x,y) = y^2\boldsymbol{i} + x\boldsymbol{j}$ och låt C vara positivt orienterade randkurvan till triangeln med hörn i $(0,0)$, $(2,0)$, $(0,4)$. Beräkna $\oint_C \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r}$ genom att (5p)

(a) parametrisera randbitarna och använda definitionen av kurvintegral;

(b) använda Greens formel.

VÄND!

Del 2: Överbetygsdelen

Endast om man ligger enstaka poäng från godkänt och presterat riktigt bra på någon av följande uppgifter kan poäng på denna del räknas in för att nå godkäntgränsen. Normalt krävs för poäng på uppgift att man redovisat en fullständig lösningsgång, som i princip lett, eller åtminstone skulle kunnat leda, till målet.

6. Bestäm fältlinjerna till vektorfältet $\boldsymbol{F} = \nabla\phi$ där $\phi(x, y) = y^2 x$. Skissa på några fältlinjerna tillsammans med några pilar som illustrerar vektorfältet $\boldsymbol{F}$, samt några nivåkurvor till ϕ. Av figuren skall det tydligt framgå vilka samband som gäller mellan fältlinjerna, vektorfältspilarna och nivåkurvorna. (6p)

7. (a) Låt $\boldsymbol{F}(x, y, z) = 2z\boldsymbol{i} + 4x\boldsymbol{j} + 5y\boldsymbol{k}$. Beräkna $\oint_C \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r}$, där C är skärningen mellan planet $z = x + 4$ och cylindern $x^2 + y^2 = 4$. Tips: Stokes sats. (4p)

(b) Låt $\boldsymbol{F}$ vara ett glatt vektorfält (dvs alla dess partiella derivator av alla ordningar är kontinuerliga) och S är en sfär. Vad kan man säga om $\iint_S \mathrm{curl}\boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{S}$? Motivera Ditt svar. (2p)

8. (a) Definiera begreppet partiell derivata för en funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$. Antag att f är differentierbar. Vilket av följande påståenden om de partiella derivatorna är sanna? Motivera Ditt svar! (2p)

- (**A**) Den partiella derivatan f_1 anger lutningen på tangentlinjen till kurvan som skär ytan $z = f(x, y)$ och planet $y =$ konst.
- (**B**) Den partiella derivatan f_2 anger lutningen på tangentlinjen till kurvan som skär ytan $z = f(x, y)$ och planet $y =$ konst.

(b) Härled tangentplanets ekvation till ytan $z = f(x, y)$ i punkten $(a, b, f(a, b))$. (4p)

Lycka till!
Lyudmila T

Anonym kod	MVE470/MVE351 Flervariabelanalys, K/Kf/Bt/Ki	sid.nummer 1	Poäng

1. Till nedanstående uppgifter skall korta lösningar redovisas, helst på detta blad.

(a) Bestäm riktningsderivatan av funktionen $f(x,y) = x^2y^3$ i punkten $(1,1)$ och i riktningen $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$. (2p)

Lösning:

Svar: ....

(b) Visa att $P = (1,-1)$ är en kritisk punkt till $f(x,y) = -2y^2 - 4xy - x^4$ och avgör om funktionen f antar ett lokalt max eller min i P, eller om P är en sadelpunkt. (3p)

Lösning:

Svar: ....

(c) Låt $f(x,y,z) = x^3 - 3x^2y + z^3 + xz$. Ange ekvationer för tangentplanet och normallinjen till nivåytan $f(x,y,z) = 2$ i $(1,3,2)$. (3p)

Lösning:

Svar: ....

(d) En partikel rör sig längs kurvan $\boldsymbol{r}(t) = (\cos^2 t, 3t - t^3, t)$. Bestäm den punkt där hastigheten är $(0,3,1)$ och beräkna accelerationen i denna punkt. (2p)

Lösning:

Svar: ....