MVE470/MVE351, Flervariabelanalys, läsåret 2017/18
Vecko–PM läsvecka 1

Adams: 10.1, 10,5

Vi inleder kursen med några avsnitt i kapitel 10 för att träna på att tolka ekvationer och beskriva mängder i $\mathbb{R}^3$. Förmågan att tolka och tänka geometriskt i tre dimensioner kommer ha stor betydelse för många saker vi senare kommer göra i kursen. T.ex. kommer andragradsytorna som beskrivs i **10.5** återkomma då vi skall räkna på olika typer av integraler och extremvärdesproblem i $\mathbb{R}^3$. För att se vilken typ av andragradsyta en viss ekvation representerar behöver du ha andragradskurvorna i planet i gott minne. Detta kan du repetera i kapitel 8.1.

Adams: 12.1-4

Funktionsbegreppet och de begrepp som hänger samman med detta är välkända från tidigare kurser. En reellvärd funktion av en variabel kan åskådliggöras grafiskt i ett plan. För funktioner från $\mathbb{R}^n$ till $\mathbb{R}^m$ kräver motsvarande grafiska bild $n + m$ dimensioner, besvärligt om $n+m = 3$, omöjligt om $n+m > 3$. Den "vanliga" grafen ersätts eller kompletteras därför ofta med nivåkurvor eller nivåytor till funktionen. I avsnitt 12.2, 12.3 och 12.4 tar vi upp andra välkända begreppen från analys i en variabel, som gränsvärde, kontinuitet och derivata, men nu för funktioner av flera variabler. Vi kommer känna igen definitionerna men kommer också upptäcka att situationen i flera variabler är lite mer komplex än vad man först kanske skulle kunna tro. Det finns bara två olika sätt att närma sig en punkt på x-axeln, nämligen från vänster eller från höger, men det finns oändligt många sätt att närma sig en punkt i xy-planet. Vi kommer titta på en del exempel som belyser problematiken.

Derivatan av en reellvärd funktion $f(x)$ av en variabel i en punkt x_0 mäter hur "snabbt/långsamt" funktionsvärdena förändras i en omgivning av x_0 och man vill att derivatan skall ha samma betydelse även för funktioner $f(x_1, x_2, ..., x_n)$ av flera variabler. Det är dock inte givet hur man skall mäta denna förändring eftersom vi i omgivning av en punkt i $\mathbb{R}^n$ har oändligt många riktingar att ta hänsyn till. De *partiella derivatorna* mäter förändringshastigheten i axelparallella riktingar

Rekommenderade uppgifter

Uppgifter efter bokstaven K refererar till de kompletterande uppgifterna sist i detta veckoblad. Övriga nummer refererar till övningsuppgifter ur kursboken av Adams och Essex. Använd gärna Matlab för att visualisera kurvor och ytor i bokens övningsuppgifter

Avsnitt	Godkäntnivå		Överbetygsnivå
	Instuderingsuppgifter	Träningsuppgifter	
10.1	3, 5, udda 11 – 21	29,31,32	27
10.5	1,5,13,15	3,11,17,19	7
12.1	3, 4, 7, 13, 15, 19, 21, 37, 38	17, 29 – 32	33, 35
12.2	1,5,K1		3,7,11,13,15,17,K2
12.3	1,3,5,7,13,17,19,25,27	23,31	11,36,37,38
12.4	1, 5, 7	11, 17	15, 16

Demo-uppgifter:

10.1.22, 10.1.28, 10.5.4, 10.5.12, 12.1.14, 12.1.22, 12.2.9, 12.2.16

Veckans studioövning

Denna första studioövning handlar mest om att, på olika sätt, visualisera reellvärda funktioner av två variabler. Bland annat skall vi plotta funktionsytor med kommandot `surf` och nivåkurvor med kommandot `contour`. I materialet finns också ett exempel som illustrerar hur man kan använda kommandot `isosurface` för att plotta nivåytor. Eftersom det oftast är svårt att skissa ytor på papper, eller ens föreställa sig i sinnet hur de ser ut, så kan MATLAB vara ett värdefullt vektyg för att bättre förstå funktioner av flera variabler.

Lärmål

För att uppnå godkäntnivå på kursen förväntas att du kan:

Adams	Mål
10.1, 10.5	skissa plan, cylindriska ytor och andragradsytor, utgående från ytans ekvation samt ange vilken typ av yta ekvationen representerar (se även 8.1).
10.1, 10.5	skissa kurvor, ytor och områden i rummet som beskrivs av system med ekvationer och/eller olikheter, där uttrycken är av typ som ingår i föregående lärmål.
12.1	redogöra för funktionsbegreppen (def. 12.1), begreppen nivåkurva och nivåyta samt skissa enkla nivåkurvor/nivåytor.
12.1	bestämma (den maximala) definitionsmängden för ett funktionsuttryck, samt skissa enkla funktionsytor.
12.2	ge en intuitiv beskrivning av begreppet gränsvärde (som i inledning till 12.2).
12.2	tillämpa räknereglerna för gränsvärden för funktioner av två variabler (se t.ex. ex 1).
12.2	förklara vad som menas med att en funktion är kontinuerlig och i enklare fall avgöra om en funktion är kontinuerlig.
12.3	de olika beteckningarna för partiell derivata och beräkna partiella derivator genom att tillämpa deriveringsregler för funktioner av en variabel.
12.3	bestämma tangentplan och normallinje till funktionsyta.
12.4	de olika beteckningarna för partiell derivata av högre ordning, samt beräkna sådana derivator.

För överbetyg förväntas också att du kan:

Adams	**Mål**
12.2	definiera begreppet gränsvärde och motivera definitionen
12.2	avgöra om en reellvärd funktion av två variabler har gränsvärde, och i förekommande fall beräkna det, då detta inte direkt går att avgöra med gränsvärdesreglerna i avs.12.2 (se ex. 3,4 & 5 i avs 12.2, samt stencilen 'Kompletterande skrift om gränsvärden' på kurshemsidan).
12.2	ge exempel på funktion av två variabler, som saknar gränsvärde då $(x, y) \to (0, 0)$ men där alla gränsvärden $f(x, kx)$, då $x \to 0$, samt $f(0, y)$, då $y \to 0$, existerar och är lika.
12.2	avgöra om en funktion är kontinuerlig då detta inte direkt går att avgöra med gränsvärdesreglerna i avs.12.2, utan också kräver kunskaper om gränsvärden motsvarande ovanstående lärmål på avs.12.2.
12.3	definiera begreppet partiell derivata och härleda tangentplanets ekvation.
12.3	beräkna partiell derivata med utgångspunkt från definitionen.

Kompletterande uppgifter:

(K1) Avör vilka av följande funktioner som är kontinuerliga på $\mathbb{R}^2$

a) $f(x,y) = \begin{cases} xy & , \text{ då } (x,y) \neq (1,1) \\ 1 & , \text{ då } (x,y) = (1,1) \end{cases}$

b) $f(x,y) = \begin{cases} \sin y & , \text{ då } (x,y) \neq (0,1) \\ 0 & , \text{ då } (x,y) = (0,1) \end{cases}$

c) $f(x,y) = \begin{cases} x^2 + y^2 - 2xy & , \text{ då } x \neq y \\ 0 & , \text{ då } x = y \end{cases}$

d) $f(x,y) = \begin{cases} xy & , \text{ då } x \neq y \\ x^2 & , \text{ då } x = y \end{cases}$

(K2) Avgör om följande gränsvärden existerar och beräkna dem i förekommande fall

a) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(1,1)} \frac{x-y}{x-1}$

b) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2+2y^2}{2x^2+y^2}$

c) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^4}{x+y^2}$

d) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{(x+y)^2}{x^2+y^2}$

e) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2(1+y)+y^2}{x^2+y^2}$

f) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \sqrt{x^2+y^2}\ln\left(x^2+y^2\right)$