

Svar till övningsuppgifterna

- 1a) $9t - u - 9v$ b) $2a + 12c + 73x$
- 2a) $p+r$ b) $2c + 3b$ c) $4a - 2c$
- 3a) 25 b) 32 c) 81 d) -64 e) 1 f) 100 g) 1 h) 1
- 4a) $20x^2z^8$ b) $-27a^4b^5c^4$ c) $14p^3q^9r^4s^2$
- 5a) $27x^6y^3$ b) $-128a^8b^7c^6$ c) $a^4p^7b^7$
- 6a) $2x^2+3xy-2y^2$ b) $2x^3+x^2y-5xy^2+2y^3$ c) a^5+x^5 d) $6-13x+2x^2+x^3-2x^4$
- 7a) $9a^2-24ab+16b^2$ b) $a^6+4a^3b^2+4b^4$ c) $2m^8+32$
- 8a) $36-x^2$ b) a^4-y^2 c) $x^{12}-81$
- 9a) $y^3+9y^2x+27yx^2+27x^3$ b) $27x^3+54x^2y^2+36xy^4+8y^6$
c) $x^{12}-18x^9+108x^6-216x^3$
- 10a) $(x-a^2)(x+a^2)$ b) $x^2(3x+5)(3x-5)$ c) $(x+9)^2$ d) $x^2y(x-2y)^2$
e) $x(x-1)(x^2+x+1)$ f) $3(a+3b)(a^2-3ab+9b^2)$ g) $x^2(1-x)(1+x)(1+x^2)$
h) $2x^2y(3y^2-2x)(9y^4+6y^2x+4x^2)$
- 11a) $(x+2)^2-3$ b) $4(x-9/2)^2+19$ c) $39-(x+6)^2$
- 12a) -1 för $x = -1$ b) $2/3$ för $x = 1/3$ c) -15 för $x = \pm 2$
d) 1 för $x = 0$
- 13a) 11 för $x = 2$ b) 1,05 för $x = 0,1$
- 14a) $x^5-5x^4+10x^3-10x^2+5x-1$ b) $1-7y+21y^2-35y^3+35y^4-21y^5+7y^6-y^7$
c) $32x^5+80x^4a^2+80x^3a^4+40x^2a^6+10xa^8+a^{10}$
d) $x^6y^{12}-18x^5y^{10}z+135x^4y^8z^2-540x^3y^6z^3+1215x^2y^4z^4-1458xy^2z^5+729z^6$
- 15a) $1\frac{1}{12} = \frac{13}{12}$ b) -2
- 16a) $1/4$ b) $-1/27$ c) 1
- 17a) 2^{-6} b) 2^2 c) 2^{-4}
- 18a) $\frac{3a^6}{8c^2}$ b) $\frac{8y}{9x}$ c) $\frac{2a+y}{2a}$ d) $3xy+5y-2x$
- 19a) $2/(b-a)$ b) $x^2(1+2x)/(1-2x)$ c) $-1/(y-x)^2$ d) $(b^4+3)/(b^4-3)$
e) $(a^2+ab+b^2)/(a-b)$ f) $(a+1)/a$ g) $(x^2+4)/(x^2+2x+4)$

20a) $a^2 - ab + b^2$ b) $a^3 + a^2b + ab^2 + b^3$ c) $(a^4 + b^4)/(a+b)$

d) $-(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4)$

21a) $x - y^2$ b) $(x^2 + 1)(x - 1)/(x^3 - x^2 + x)$ c) x/y d) $1/2$

22a) $\frac{18}{x(x^2 - 9)}$ b) $\frac{2x^2 - 7x - 2}{2x(x - 4)}$ c) $\frac{-1}{x(x^2 - 1)}$ d) $\frac{8 - 2x^2 - x^3}{4(x + 2)(x^3 - 8)}$

23a) $x = 4\frac{11}{13} = \frac{63}{13}$ b) $x = 0,01$ c) Identitet för $x \neq \pm 3$ d) $x = 4$

23') Efter 6 år

24a) $x^2 + 1 + \frac{1}{x^2 - 1}$ b) $1 + \frac{x+1}{x^4 - 1} = 1 + \frac{1}{x^3 - x^2 + x - 1}$ c) $2x - 2 + \frac{9x - 2}{x^2 + 5x - 3}$

d) $x^2 - 3x + 2$ e) $x^2 - 2x + 5 - \frac{4}{2x + 1}$ f) $x^2 + \frac{1}{3} - \frac{2(x-1)}{3(3x^2 - x - 2)} = x^2 + \frac{1}{3} - \frac{2}{3(3x + 2)}$

25a) $x = 3,5, y = 1$ b) $x = 4, y = 1$ c) $x = -2, y = +2$ d) saknar lösning

e) oändligt många lösningar: $x = t, y = 3 - 5t$, (alla reella t)

f) $x = 3, y = 1$ g) $x = 2, y = 3$ h) $x = 3, y = 5, z = 2$

i) $x = 10, y = -0,04, z = 0,06$ j) $x = -1, y = 1, z = 2$ k) $x = 1, y = -2, z = 3$

26) 48 år l) $x = 1, y = -2, z = 3$ m) $x = -1,6, y = 0,3, z = 2$

27a) 7 b) 7 c) 0 n) $x = 13/5, y = 1, z = -6/5, w = 1$

28a) $x_1 = 0, x_2 = -2$ b) $x_1 = 10,5, x_2 = -4,5$ c) $x = -4$

d) $x_1 = 4, x_2 = -1$ e) saknar lösning

29a) $-1 \leq x \leq 3$ b) $-8 < x < 2$ c) $-1 \leq x < 0$ och $4 < x \leq 5$ d) $x = -2$

30a) $x_1 = 2,5, x_2 = -1,5$ b) alla x där $-1 \leq x \leq 2$ c) $x_1 = 0, x_2 = -7,5$

d) $x = -5$

31a) 0,7 b) 300 c) $15 \cdot \sqrt{2}$ d) $\sqrt{2}/5$ e) $\sqrt{3}$ f) $10 - \sqrt{2}$

32a) $x_1 = 5, x_2 = -5$ b) $x_1 = \sqrt{5}, x_2 = -\sqrt{5}$ c) $x_{1,2} = \pm 2/3$

d) $x_{1,2} = \pm 2\sqrt{6}/3$ e) $x_1 = x_2 = 0$

33a) $\sqrt{6}/3$ b) $\sqrt{21}/7$ c) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ d) $\sqrt{11} + 3$ e) $-(2 + \sqrt{5})$ f) $3 - 2\sqrt{2}$

34a) $|x + 2|$, alla x b) $+1$ för $x > 0$, -1 för $x < 0$ c) $1, x > 0$

d) $-x \cdot \sqrt{9 - x}$, $x < 9$ e) $1/\sqrt{x - 2}$, $x > 2$

f) $\sqrt{x + 2}$ för $x > 0$, $-\sqrt{x + 2}$ för $-2 \leq x < 0$

35a) $x_1 = 2i, x_2 = -2i$ b) $x_{1,2} = \pm i\sqrt{3}/5$ c) $x_{1,2} = \pm i\sqrt{3}/2$

d) $x_{1,2} = \pm\sqrt{3}/2$ e) $x_1 = 2 + 3i, x_2 = 2 - 3i$ f) $x_{1,2} = -1 \pm 2i,$

g) $x_{1,2} = \pm 2, x_{3,4} = \pm 2i.$

36a) $2+5i$ b) $7-11i$ c) $-7-24i$ d) $\frac{1-i}{2}$ e) $\frac{1}{17} + \frac{4}{17}i$ f) $-\frac{1}{17} + \frac{13}{17}i$

g) $\frac{61}{170} + i \cdot \frac{23}{170}.$

37a) $x_1 = 1, x_2 = -4$ b) $x_1 = 3, x_2 = -1$ c) $x_1 = 3/2, x_2 = -1,$

d) $x_1 = 0, x_2 = -3/7$ e) $x_1 = x_2 = 3/2$ f) $x_{1,2} = (-3 \pm \sqrt{29})/10.$

38a) $x_1 = -1 + i, x_2 = -1 - i$ b) $x_{1,2} = (-3 \pm i\sqrt{17})/10$ c) $x_{1,2} = (3 \pm i\sqrt{3})/6$

39a) $x_1 = 1, x_2 = -4$ b) $x_{1,2} = 6 \pm 3\sqrt{3}$ c) $x_{1,2} = (1 \pm i\sqrt{17})/6$

40a) $y = x/3$ eller $y = -2x$ b) $y = 2x-1$ eller $y = -5x$

c) $y = 2x-1$ eller $y = (1-x)/2$ d) $y = [4-x \pm \sqrt{5-4(x+1)^2}]/5,$ för
 $|x+1| \leq \sqrt{5}/2.$

41a) $(x-2)(x+3)$ b) $-2(x-1)(x+4)$ c) $(x-\frac{1-\sqrt{5}}{2})(x-\frac{1+\sqrt{5}}{2})$ d) $x^2+x+1.$

42a) $x^2+3x-10 = 0$ b) $6x^2-x-2 = 0$ c) $x^2-2x-4 = 0$ d) $x^2-4x+5 = 0$

44a) $x_{1,2} = \pm 2, x_{3,4} = \pm\sqrt{3}$ b) $x_{1,2} = \pm 7, x_{3,4} = \pm 5$ c) $x_{1,2} = \pm 2,$

$x_{3,4} = \pm i\sqrt{3}$ d) $x_1 = x_2 = \sqrt{6}, x_3 = x_4 = -\sqrt{6}$ e) $x_{1,2} = \pm\sqrt{6}/2, x_{3,4} = \pm i/\sqrt{3}$

45a) $x_1 = 1, x_2 = 2$ b) $x_1 = 0, x_2 = 1$ c) $x = 19-6\sqrt{10}$

46a) $x_1 = 0, x_{2,3} = (-3 \pm \sqrt{5})/2$ b) $x_1 = 1, x_2 = 3, x_3 = -2$

c) $x_1 = -2, x_{2,3} = (-5 \pm \sqrt{27})/2$ d) $x_1 = 2, x_{2,3} = (1 \pm i\sqrt{17})/2$

e) $x_1 = 1, x_2 = -2, x_{3,4} = \pm i\sqrt{2}$ f) $x_1 = 2, x_2 = x_3 = -3$

47a) $x_1 = x_2 = x_3 = 1$ b) $x_1 = 1, x_{2,3} = (-1 \pm i\sqrt{3})/2$ c) $x_1 = x_2 = x_3 = i,$

$x_4 = x_5 = x_6 = -i$ d) $x_1 = x_2 = -1, x_3 = x_4 = (1+i\sqrt{3})/2,$

$x_5 = x_6 = (1-i\sqrt{3})/2$

48a) $(x-1)(x-3)(x+2)$ b) $(x+2)(x+5/2-\sqrt{27}/2)(x+5/2+\sqrt{27}/2)$

c) $(x+2)(2x^2+1)$ d) $-(x-2)(x^2-x+3)$ e) $-2(x-1)^2 \cdot (x^2+3)$

49a) $x = 2$ b) $x = 4$ c) $x = 12$ d) $x = 3$ e) $x = (5-\sqrt{13})/6$ f) $x = 6$

50a) $x = 5/2, y = 1/2$ b) $\begin{cases} x_1 = (3+\sqrt{3})/2 \\ y_1 = (-1+\sqrt{3})/2 \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = (3-\sqrt{3})/2 \\ y_2 = (-1-\sqrt{3})/2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x_1 = \sqrt{13} \\ y_1 = -2 \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = -\sqrt{13} \\ y_2 = -2 \end{cases} \quad \begin{cases} x_3 = -2 \\ y_3 = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x_4 = 3 \\ y_4 = -4 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x_1 = 0 \\ y_1 = \sqrt{2} \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = 0 \\ y_2 = -\sqrt{2} \end{cases} \quad \begin{cases} x_3 = (3+\sqrt{21})/4 \\ y_3 = (-1+\sqrt{21})/4 \end{cases} \quad \begin{cases} x_4 = (3-\sqrt{21})/4 \\ y_4 = (-1-\sqrt{21})/4 \end{cases}$

e) $\begin{cases} x_1 = 0 \\ y_1 = \sqrt{5} \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = 0 \\ y_2 = -\sqrt{5} \end{cases} \quad \begin{cases} x_3 = 1/2 \\ y_3 = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x_4 = -1/2 \\ y_4 = -2 \end{cases}$

51a) $-1/2 \leq x \leq 1$ b) $(-1-\sqrt{5})/2 < x < (-1+\sqrt{5})/2$ c) gäller ej för något x d) alla $x \neq 1$ e) $0 < x < 1$ och $x > 2$ f) $x < -1/2$ och $1/3 < x < 3$ g) $-2 \leq x < 2$ och $x \geq 3$ h) $-1 < x \leq 2$

i) $\sqrt{2} < x < 2$

52a) 3 b) 1/2 c) 2 d) 1/2 e) 9 f) 1/9 g) 5

53a) $\sqrt[3]{7}$ b) $\sqrt{2}$ c) $-2 \cdot \sqrt[3]{7}$ d) $\frac{12}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{3}$ e) $\frac{10}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2}$

f) $\sqrt[4]{5} = 5^{1/8}$ g) $\sqrt[3]{8} = 2^{2/3}$ h) $2 \cdot \sqrt[3]{3}$

54a) $x_{1,2} = \pm\sqrt{2}$ b) $x_1 = 3$ c) $x_{1,2} = \pm\sqrt{3}/2$ d) $x_1 = -2$ e) saknar reella rötter

55a) 3a, alla a b) $\sqrt[4]{x} = x^{1/4}, x > 0$ c) $\sqrt[15]{x} = x^{1/15},$ alla x

d) $\sqrt{|a|},$ alla a e) $a^{5/12} = \sqrt[12]{a^5}, a > 0$ f) $x^{3/4} = \sqrt[4]{x^3}, x \geq 0$

56a) 8 b) $e^0 = 1$ c) 1

58a) $x = 6$ b) $x = 3/2$ c) saknar reell lösning d) $x = 0$ e) $x = 3$

f) saknar reell lösning g) $x = -1/3$

59a) $x = 0$ b) $x_1 = 0, x_2 = 1$ c) $x = -1$ d) $x_1 = 0, x_2 = 3$

e) $x = 0$

60a) 3 b) -2 c) 4 d) 0,7 e) 1/4 f) 2

61a) 2 b) 1/2 c) -1 d) -2 e) 7 f) 1/3

62a) $x = 1$ b) $x = 10$ c) $x = e^2$ d) $x = 0,0001$ e) $x = 10 \cdot \sqrt[10]{10}$

63a) $x = \lg 4$ b) $x = \ln(1,5)$ c) $x = \lg 2$ d) $x = \lg 3$ e) $x = \ln 2$

f) $x_1 = \ln 2, x_2 = \ln 3$

64a) 2 b) 0 c) $\ln 2$ d) $-\lg 2$

65a) $x = e^3$ b) $x = 1 + 4\sqrt{2}$ c) $x = 8$ d) $x = 3$ e) $x = (3 - \sqrt{5})/2$

66a) 1 b) 3 c) -3 d) $1/2$ e) 3 f) $1/5$ $\left\{ \begin{array}{l} f) x = (1 + \sqrt{5})/2 \\ g) x = \frac{10}{9} \end{array} \right.$

67a) 2 b) $1/2$

68a) $x = 16/5$ b) $x_1 = 5, x_2 = 20$

69a) 1 b) 2 c) $1/3$

70a) 14 b) 135 c) 64 d) $\lg 6$ e) $\ln 10$

71a) a_7 b) $a_{12} - a_1$

72a) 4950 b) 20100 c) 2500 d) n^2

73a) 2047 b) $\frac{683}{1024}$ c) $[1 + (-1)^n \cdot 2^{n+1}]/3$ d) $3 \cdot (3^n - 1)/2$

74a) 2 b) $3/4$ c) $e/(e-1)$ d) $x^2/(1-x^2)$ e) $1/(e^{3x} - e^{2x})$ f) $4/3$

75a) $x = 2/3$ b) $x = 1/2$ c) $x = (\sqrt{5}-1)/2$

76-79: (Reserv)

80a) $180^\circ = \pi$ radianer b) $45^\circ = \pi/4$ c) $1080^\circ = 6\pi$ d) $-120^\circ = -2\pi/3$

e) $-60^\circ = -\pi/3$ f) $3600^\circ = 20\pi$

81a) $\pi/2$ b) $\pi/6$ c) $-\pi/4$ d) $-3\pi/2$ e) $\pi/10$ f) $5\pi/6$ g) $-11\pi/18$

82a) 540° b) -90° c) 135° d) 75°

83a) $2\pi/3$ b) $25\pi/6$ c) $20\pi/9$ (1.enh.)

84a) 120° b) 108° c) $(1 - \frac{2}{n}) \cdot 180^\circ$

85a) $1/2$ b) $1/2$ c) $1/4$ d) $2 - \sqrt{3}$

86a) $B = 55^\circ, a \approx 2,3, b \approx 3,3$ b) $B = 3\pi/10 = 54^\circ, b \approx 4,1, c \approx 5,1$

c) $b \approx 2,2, A \approx 41,8^\circ, B \approx 48,2^\circ$ d) $c \approx 3,6, A \approx 33,7^\circ, B \approx 56,3^\circ$ e) $A = 35^\circ, a \approx 3,5, c \approx 6,1$

87a) $\cos v = 4/5, \tan v = 3/4$ b) $\cos v = \sqrt{5}/3, \tan v = 2/\sqrt{5}$

c) $\sin v = 2\sqrt{2}/3, \tan v = 2\sqrt{2}$ d) $\sin v = \sqrt{21}/5, \tan v = \sqrt{21}/2$

e) $\sin v = 1/\sqrt{5}, \cos v = 2/\sqrt{5}$ f) $\sin v = 24/25, \cos v = 7/25$

g) $\sin v = 10/\sqrt{149}, \cos v = 7/\sqrt{149}$

88a) tredje b) andra c) andra d) fjärde e) andra f) andra
g) första

89a) -1 b) -1 c) $\sqrt{5}/2$ d) $\sqrt{5}/2$ e) 0 f) 1

91a) $2\sqrt{2}/3$ b) $\sqrt{21}/5$ c) $\sqrt{5}/3$ (första kvadranten) eller $-\sqrt{5}/3$
(andra kvadranten)

92a) 0,8 b) $\sqrt{21}/5$ (första kvadranten) eller $-\sqrt{21}/5$ (fjärde kvadranten)

93a) $-1/\sqrt{5}$ b) $-\sqrt{91}/3$ c) $1/\sqrt{3}$ (tredje kvadranten) eller $-1/\sqrt{3}$
(fjärde kvadranten) d) $\sqrt{77}/2$ (första kvadranten) eller $-\sqrt{77}/2$
(fjärde kvadranten)

94a) $\sin v = -2/\sqrt{5}$, $\cos v = -1/\sqrt{5}$ b) $\sin v = 1/\sqrt{10}$, $\cos v = -3/\sqrt{10}$
c) $\sin v = 5/\sqrt{26}$, $\cos v = -1/\sqrt{26}$ (andra kvadranten) eller
 $\sin v = -5/\sqrt{26}$, $\cos v = 1/\sqrt{26}$ (fjärde kvadranten) d) $\sin v = 1/\sqrt{5}$,
 $\cos v = -2/\sqrt{5}$ (andra kvadranten) eller $\sin v = -1/\sqrt{5}$, $\cos v = 2/\sqrt{5}$
(fjärde kvadranten)

95a) -1/2 b) $\sqrt{3}/2$ c) $-\sqrt{3}/2$ d) -1 e) $1/\sqrt{2}$ f) -1/2 g) -1/2
h) $1/\sqrt{3}$ i) $-1/\sqrt{2}$ j) $-\sqrt{3}$

96a) $v = \pm\pi/3 + n \cdot 2\pi$ b) $v = \pi/12 + n \cdot \pi$, $v = 5\pi/12 + n \cdot \pi$

c) $v = \pi/2 + n \cdot \pi$ d) saknar (reell) lösning e) $v = 1/3 + \pi/2 + n \cdot 2\pi/3 =$
 $[= 1/3 - \pi/6 + m \cdot 2\pi/3, \text{ där } m = n+1]$ f) $v = -\pi/4 + n \cdot 2\pi$, $v = 5\pi/4 + n \cdot 2\pi$
g) $v = \pm 3\pi/16 + n \cdot \pi/2$, (n godtyckligt heltal)

97a) $v = \pi/6 + n \cdot 2\pi/3$, ($v = -\pi/2 + n \cdot 2\pi$ ingår i den första lösningen)

b) $v = n \cdot \pi$, $v = \pi/4 + n \cdot \pi/2$ c) $v = n \cdot \pi/2$ d) $v = \pi/5 + n \cdot 2\pi/5$,

$v = \pi/3 + n \cdot 2\pi/3$ e) $v = \pi/8 + n \cdot \pi/2$, $v = -\pi/12 + n \cdot \pi/3$ [$\pi/4 + (n-1) \cdot \pi/2$]

98a) $v = \pi/6 + n \cdot \pi$ b) $v = -\pi/8 + n \cdot \pi/2$ c) $v = \pi/12 + n \cdot \pi/3$

d) $v = -\pi/16 + n \cdot \pi/4$ e) $v = \pi/3 + n \cdot \pi$ f) $v = -1/4 + \pi/8 + n \cdot \pi/4$

99a) $v = n \cdot 2\pi/3$ b) $v = -1 + n \cdot \pi/3$

100a) $v \approx \pm 72,5^\circ + n \cdot 360^\circ \approx \pm 1,27 + n \cdot 2\pi$ b) $v \approx -8,7^\circ + n \cdot 180^\circ \approx -0,15 + n \cdot \pi$,
(forts.)

$$v \approx 98,7^\circ + n \cdot 180^\circ \approx 1,72 + n \cdot \pi \quad \underline{c}) \quad v \approx 26,6^\circ + n \cdot 180^\circ \approx 0,46 + n \cdot \pi$$

$$\underline{d}) \quad v \approx 53,1^\circ + n \cdot 180^\circ \approx 0,93 + n \cdot \pi \quad \underline{e}) \quad v \approx -11,2^\circ + n \cdot 60^\circ \approx -0,20 + n \cdot \pi/3$$

$$\underline{101a)} \quad c \approx 8,5, \quad B \approx 32,1^\circ, \quad C \approx 89,6^\circ \quad \underline{b)} \quad a_1 \approx 84,3, \quad A_1 \approx 104,8^\circ,$$

$$C_1 \approx 46,7^\circ \quad \underline{\text{eller}} \quad a_2 \approx 27,3, \quad A_2 \approx 18,2^\circ, \quad C_2 \approx 133,3^\circ \quad \underline{c)} \quad b_1 \approx 21,7,$$

$$A_1 \approx 44,8^\circ, \quad B_1 \approx 104,0^\circ \quad \underline{\text{eller}} \quad b_2 \approx 5,25, \quad A_2 \approx 135,2^\circ, \quad B_2 \approx 13,6^\circ \quad \underline{d)} \quad \text{orimligt}$$

$$\underline{103a)} \quad c \approx 12,0, \quad A \approx 115,3^\circ, \quad B \approx 25,2^\circ \quad \underline{b)} \quad a \approx 10,5, \quad B \approx 19,4^\circ, \quad C \approx 43,5^\circ$$

$$\underline{c)} \quad b \approx 42,5, \quad A \approx 148,8^\circ, \quad C \approx 8,5^\circ$$

$$\underline{105a)} \quad 15,2 \quad \underline{b)} \quad 7,7 \quad \underline{c)} \quad 4,2 \quad (\text{yt.enh.})$$

$$\underline{106a)} \quad (\sqrt{6}-\sqrt{2})/4 \quad \underline{b)} \quad 2+\sqrt{3} \quad \underline{c)} \quad (\sqrt{6}-\sqrt{2})/4 \quad \underline{d)} \quad (\sqrt{6}+\sqrt{2})/4$$

$$\underline{e)} \quad (\sqrt{6}+\sqrt{2})/4 \quad \underline{f)} \quad -(\sqrt{6}-\sqrt{2})/4$$

$$\underline{107a)} \quad 1 \quad \underline{b)} \quad 10/11$$

$$\underline{108a)} \quad (1-2\sqrt{30})/12 \quad \underline{b)} \quad 0,96 \quad \underline{c)} \quad 2(1-3\sqrt{14})/25 \quad (\text{om } u \text{ och } v \text{ i samma kvadrant)} \quad \underline{\text{eller}} \quad 2(1+3\sqrt{14})/25 \quad (\text{om } u \text{ och } v \text{ i olika kvadranter})$$

$$\underline{109a)} \quad (2+\sqrt{3})/4 \quad \underline{b)} \quad 1/4 \quad \underline{c)} \quad 1/4 \quad \underline{d)} \quad 1$$

$$\underline{110)} \quad \sin 3u = 3 \sin u - 4 \sin^3 u,$$

$$\cos 3u = 4 \cos^3 u - 3 \cos u,$$

$$\tan 3u = (3 \tan u - \tan^3 u)/(1-3 \tan^2 u)$$

$$\underline{111a)} \quad \frac{1}{2}\sqrt{2-\sqrt{2}} \quad \underline{b)} \quad \frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{2}} \quad \underline{c)} \quad \sqrt{2}-1$$

$$\underline{112a)} \quad v = n \cdot 2\pi, \quad v = \pi/2 + n \cdot 2\pi \quad \underline{b)} \quad v = \pi/2 + n \cdot 2\pi, \quad v = 7\pi/6 + n \cdot 2\pi$$

$$\underline{c)} \quad v \approx 53,1^\circ + n \cdot 360^\circ \approx 0,93 + n \cdot 2\pi \quad \underline{d)} \quad v \approx 5,3^\circ + n \cdot 360^\circ \approx 0,09 + n \cdot 2\pi,$$

$$v \approx 65,3^\circ + n \cdot 360^\circ \approx 1,14 + n \cdot 2\pi \quad \underline{e)} \quad v = 90^\circ + n \cdot 360^\circ = \pi/2 + n \cdot 2\pi,$$

$$v \approx 143,1^\circ + n \cdot 360^\circ \approx 2,50 + n \cdot 2\pi \quad \underline{f)} \quad \text{saknar (reella) lösningar}$$

$$\underline{g)} \quad v \approx 23,1^\circ + n \cdot 360^\circ \approx 0,40 + n \cdot 2\pi \quad v \approx 263,1^\circ + n \cdot 360^\circ \approx 4,58 + n \cdot 2\pi$$

$$\underline{113a)} \quad v = \pi/4 + n \cdot \pi/2 \quad \underline{b)} \quad v = \pi/6 + n \cdot 2\pi, \quad v = 5\pi/6 + n \cdot 2\pi,$$

$$v \approx 19,5^\circ + n \cdot 360^\circ \approx 0,34 + n \cdot 2\pi, \quad v \approx 160,5^\circ + n \cdot 360^\circ \approx 2,80 + n \cdot 2\pi$$

$$\underline{c)} \quad v = \pm \pi/3 + n \cdot 2\pi, \quad v \approx \pm 138,6^\circ + n \cdot 360^\circ \approx \pm 2,42 + n \cdot 2\pi.$$

$$\underline{d)} \quad v = n \cdot \pi \quad \underline{e)} \quad v = \pm \pi/6 + n \cdot \pi, \quad \underline{f)} \quad v = \pi/8 + n \cdot \pi/2 \quad \underline{g)} \quad v = \pm \pi/6 + n \cdot \pi,$$

$$v \approx \pm 69,8^\circ + n \cdot 180^\circ \approx \pm 1,22 + n \cdot \pi.$$

114a) $v = \pi + n \cdot 2\pi$, $v = \frac{\pi}{3} + n \cdot 2\pi$ b) $v = \pi/2 + n \cdot \pi$, $v = -\pi/6 + n \cdot 2\pi$,
 $v = 7\pi/6 + n \cdot 2\pi$ c) $v = \frac{\pi}{3} + n \cdot \pi$

115a) $v = n \cdot 2\pi$ b) saknar (reell) lösning c) $v = \pi/2 + n \cdot 2\pi$

d) $v = -\pi/2 + n \cdot 2\pi$

116-119: (Reserv)

120a) 6 b) $\sqrt{13}$ c) 5 d) 10 e) $\sqrt{13}$

121a) (0, -2) b) (0, 9/2)

122a) $(1 + \sqrt{3}, -2\sqrt{3})$ eller $(1 - \sqrt{3}, 2\sqrt{3})$ b) $[(1 + 3\sqrt{3})/2, (3 - 3\sqrt{3})/2]$
eller $[(1 - 3\sqrt{3})/2, (3 + 3\sqrt{3})/2]$

123a) $3y = 2x$ b) $2x + 3y = 7$ c) $y = 3$ d) $x + 2 = 0$

124a) $x - y - 1 = 0$ b) $\sqrt{3}x - y - 2\sqrt{3} + 1 = 0$ c) $x - 2 = 0$ d) $x + y - 3 = 0$
e) $x + \sqrt{3}y - \sqrt{3} - 2 = 0$

125a) $2x - y - 1 = 0$ b) $3x + 2y = 0$ c) $y = 0$ d) $x + 4y - 2 = 0$

e) $21x + 45y - 19 = 0$ f) $7x + 2 = 0$

126a) (-3, 4) b) (-6/7, 4/7) c) saknar skärningspunkt (parallella linjer) d) sammanfallande linjer

128a) $2x - y - 4 = 0$ b) $3x + y - 3 = 0$ c) $x = 0$

129a) $5x - 2y = 0$ b) $3x + y + 2 = 0$ c) $9x - 5y - 3 = 0$ d) $4x + y = 0$

130) Linjerna a) $x = 0$ och $y = 0$ (dvs. axlarna)

b) $x = 0$ och $x + 4y + 3 = 0$ c) $x - y = 0$ och $x + y = 0$ d) $x + y = 0$ och $x - y + 1 = 0$ e) $y - 1 = 0$ och $x + 2 = 0$

131) linjerna a) $y = 2x$ och $y = -3x$ b) $2y + x = 0$ och $x + y = 1$

c) $x + y = 1$ och $y = 2x + 1$ d) $y - x + 2 = 0$ och $3y + 2x + 1 = 0$

132a) $x^2 + y^2 = 81$ b) $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 49$ c) $(x + 6)^2 + y^2 = 25/4$

133a) $x^2 + 2x + y^2 - 6y = 0$ b) $x^2 + 2x + y^2 - 6y + 2 = 0$

c) $x^2 + 2x + y^2 - 6y = 63$

134) Cirkel med medelpunkt och radie: a) origo, $R = \sqrt{3}$

b) (0, 2), $R = 3$ c) (1, -3/4), $R = 5/4$ d) (-2, 1/2), $R = 1/2$

e) $(1/2, -2/3)$, $R = 4/3$

135a) $(1, 3)$ och $(0, -2)$ b) $(0, -2)$, [tangering] c) ingen skärningspkt.

136a) $x^2 + y^2 + 4x + 4y = 2$ b) punkterna ligger i rät linje

c) $x^2 + y^2 - 3y - 19 = 0$

137a) origo; $a = 2$, $b = 4$ b) origo; $a = \sqrt{2}$, $b = \sqrt{3}/2$ c) $(1, -1)$,

$a = 2$, $b = 1$ d) $(2, 0)$, $a = 2$, $b = \sqrt{3}$ e) $(3/2, -1/2)$, $a = b = \sqrt{2}$,

[dvs. cirkel med $R = \sqrt{2}$] f) $(-1/2, -1/14)$, $a = 3/\sqrt{7}$, $b = 3/7$

138a) 60° b) 30° c) 45° d) 45°

139a) 4π b) $\pi\sqrt{3}$ c) och d) $7\pi\sqrt{2}/8$ (yt.enh.)

140a) origo, x-axeln, ($a = b = 2$) b) origo, y-axeln, ($a = \sqrt{2}$, $b = \sqrt{3}$)

c) $(-2, 1)$, $y = 1$, ($a = 2$, $b = \sqrt{2}$) d) $(0, 1/2)$, $x = 0$, ($a = \sqrt{3}/6$,
 $b = 1/2$)

141a) $y = \pm x$ b) $2y = \pm \sqrt{3}x$ c) $\sqrt{2}y = \pm x$

142a) $y - y_0 = \pm \frac{b}{a}(x - x_0)$ b) $y = \pm \frac{b}{a}x$ c) samma som 142a

143a) vertex: origo; axel: (negativa) y-axeln b) origo, (negativa)

x-axeln c) $(-2, -1)$; $x = -2$, ($y \geq -1$) d) $(1/3, 0)$, $x = 1/3$, ($y \leq 0$)

e) $(13/24, 1/6)$; $y = 1/6$, ($x \leq 13/24$)

144a) Hyperbel: $(x+2)^2/9 - (y-1)^2/4 = 1$ b) två rät linjer: $2y = \pm(x+3)$

c) parabel: $(x-2)^2 = 3(y+5)$ d) ellips: $(x-1)^2/4 + (y+2)^2 = 1$

e) cirkel: $(x+3/4)^2 + (y-1/4)^2 = 1/8$ f) hyperbel: $x^2/8 - (y+1)^2/4 = -1$

g) parabel: $3(y+1/2)^2 = -4(x+1/4)$ h) två (parallella) linjer:

$x = 2$ och $2x = 3$ i) saknar geometrisk betydelse, ty $(x+3/2)^2 +$

$+3(y-1/2)^2 = -1$ j) saknar geometrisk betydelse (imaginära rötter)

k) ellips: $x^2/(2/3) + (y+5)^2/25 = 1$ l) en punkt: $(-1/3, -1/3)$, ty

$45(x+1/3)^2 + 18(y+1/3)^2 = 0$

145a) under linjen $x + y = 2$ b) ovanför (och på) linjen $3y - 2x = 4$

c) ovanför linjen $y = -2$ d) ovanför (och på) linjen $y = -2$, till

vänster om (och på) linjen $x = 1/2$ e) mellan (och på) linjerna

$x-y = 1$ och $x-y = -1$ f) innanför en kvadrat med hörn $(3,0)$,
 $(0,3)$, $(-3,0)$ och $(0,-3)$ g) utanför (och på) cirkeln $x^2+y^2 = 1$
h) innanför cirkeln $x^2 + y^2 = 2^2$, ($R = 2$) i) innanför (och på)
cirkeln $(x+1)^2 + y^2 = 2$, ($R = \sqrt{2}$) j) utanför cirkeln $(x-3/2)^2 +$
 $(y+1)^2 = 13/4$, ($R = \sqrt{13}/2$) k) innanför (och på) ellipsen $x^2/9 +$
 $+ y^2/4 = 1$ l) mellan hyperbelgrenarna $x = \pm \sqrt{(1+y^2)/2}$

146-149: (Reserv)

150a) $D_f: -\infty < x < \infty$, $V_f: -1 \leq y \leq 1$ b) 0 c) -1 d) $\sin 2t \approx \sin 114,6^\circ$
 $\approx 0,91$ e) $\sin 2t$ f) $-\sin x$ g) $\sin(2x+3)$ h) $\sin(\cos x)$

i) $\sin(\sin(\sin x))$

151a) $D_f: -\infty < x < \infty$, $V_f: -3 \leq y < \infty$ b) -2 c) 78 d) $4a^2 - 8a + 1$
e) $x^2 + 4x + 1$ f) $x^4 - 4x^2 + 1$ g) $x^2 + 2x - 2$ h) $e^{2x} - 4e^x + 1$
i) $x^4 - 8x^3 + 14x^2 + 8x - 2$

152a) 0 b) 6 c) -14

153) $f'(x) = k$

154a) $15x^2 - 6$ b) $2x - 2/x^3$ c) $2e^x + 3 \sin x$ d) $\sin x + x \cos x$
e) $2(3x^2 \cos x - x^3 \sin x)$ f) $3e^x(2x+1)/(2\sqrt{x})$ g) $\sin x / \cos^2 x$
h) $-(2x^2+5)/[x \cdot (x^2+5 \ln x)^2]$ i) $-1/(\sin x + \cos x)^2$ j) $(\sin x - x \cos x) / \sin^2 x$
k) $3/(x+2)^2$ l) $(2x-9x^2-x^4)/(x^3+1)^2$ m) $e^x(x \cdot \ln x - 1) / [2x(\ln x)^2]$
n) $(x-1)/(2x\sqrt{x})$ o) $(-3x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 6x - 4)/(x^3+2x+1)^2$
p) $2^x \cdot (2x+x^2 \cdot \ln 2)$ q) $3^x \cdot (x \cdot \ln 3 - 3) / x^4$ r) $x^3 \cdot e^x(4 \sin x + x \sin x +$
 $+ x \cos x)$ s) $[(2+\ln x)(x^2+1) - 4x^2 \cdot \ln x] / [e\sqrt{x} \cdot (x^2+1)^2]$

155a) $6x + 12/x^5$ b) $-2e^x \sin x$ c) $-(\ln x)/(4x\sqrt{x})$ d) $(2 \sin x -$
 $-x^2 \sin x - 2x \cos x) / x^3$

156a) 2 b) e c) -1/2 d) $2 + 16(\ln 2)^2$ e) $-(4+\sqrt{2})/16$

157a) $\cos(2x-1)$ b) $\ln(2x^2+x-1)$ c) $1/(3x^2+1)$ d) $\sqrt{x^3+1}$ e) x

158a) $2 \cos x - 1$ b) $2(\ln x)^2 + \ln x - 1$ c) $3x^{-2} + 1$ d) $x^{3/2} + 1$
e) x

159a) $e^{g(x)} \cdot g'(x)$ b) $\cos(g(x)) \cdot g'(x)$ c) $-\sin(g(x)) \cdot g'(x)$

d) $g'(x) / [\cos(g(x))]^2$ e) $n \cdot [g(x)]^{n-1} \cdot g'(x)$ f) $-g'(x) / [g(x)]^2$

160a) $4e^{4x} - 2e^{1-2x}$ b) $3 \cos(3x+1)$ c) $-2 \cdot x \cdot \sin(x^2)$

d) $-2 \sin x \cos x = -\sin 2x$ e) $5e^x \cdot \cos(5e^x)$ f) $21/(2\sqrt{21x-1})$

g) $6x^3/\sqrt{3x^4+7}$ h) $2(2x+5)(x^2+5x)$ i) $-12x^3(1-x^4)^2$ j) $7/(7x+3) - 1/(1-x)$ k) $(10x+3)/(5x^2+3x-4)$ l) $[(4x\sqrt{x}+1)/(2\sqrt{x})] \cdot e^{x^2} \cdot \sqrt{x}$

m) $1/[x \cdot \cos^2(\ln|x|)]$ n) $-1/[2\sqrt{x} \cdot \sin^2 \sqrt{x}]$ o) $-\tan x$ p) $1/(\sin x \cos x)$

q) $2/(x^2-1)$ r) $6/(1-9x^2)$ s) $(3+2x-2x^2)/[(2x-1)(x^2+x+1)]$

t) $(7+8x-8x^2-70x^3-15x^4)/[(3x^2+7x+1)(5x^3-x^2+1)]$

161a) $-3/5$ b) -3π c) 9 d) 2 e) $-1,1$ f) $7/2$

162a) $k = -5$ b) $k = -1$ eller $+2$ c) $k = -3, -2$ eller $+1$

163a) $2e^x \cdot [x \ln(2x+7) + 1/(2x+7)]$ b) $(\cos x^3 - 6x^3 \cdot \sin x^3)/(2\sqrt{x})$

c) $-\cos(2-x) \cos 5x + 5 \sin(2-x) \sin 5x$ d) $e^{2x} [2(x^3+1) - 1,5x^2]/(x^3+1)^{3/2}$

164a) $29/4$ b) -2 c) $-(28+9 \ln 2)/4$

165a) $a = -1, b = \pm\sqrt{2}$ b) $a = -1, b = 0$ eller $a = 1, b = \pm 2$

166a) $-6 \sin 3x \cdot \cos 3x = -3 \sin 6x$ b) $2x \cdot \cos(x^2) \cdot e^{\sin x^2}$

c) $2x \cdot e^{x^2} \cdot \cos(e^{x^2})$ d) $2 \sin x \cos x \cdot e^{\sin^2 x}$ e) $-2x/[\sin(1-x^2) \cos(1-x^2)]$

f) $-6xe^{3\sqrt{1-2x^2}}/\sqrt{1-2x^2}$ g) $[2\sqrt{x}(e^{-\sqrt{x}} + 1)]^{-1}$

167a) $(x+1)^{x-1} [x+(x+1)\ln(x+1)]$ b) $x^x \cdot (x+1+x \cdot \ln x)$

c) $(x^2+x+1)^{x^2} [2x \ln(x^2+x+1) + x^2(2x+1)/(x^2+x+1)]$ d) $x^{-1+\ln x} \cdot 2 \ln x$

168a) $1 + 2 \ln 2$ b) $12500 \cdot (1+\ln 5)$ c) $1 + \ln 2$

169a) $-(3x^2+y)/(x+3y^2)$ b) $y/(2y^2-2x)$ c) $-(2y^2+3xy)/(2x^2+3xy)$

d) $(2x^2y^2-y)/(x-x^3y)$ e) $[e^{-(x+y)} - y]/(1+y) = (x-xy)/(x+xy)$ f) $1/\cos y$
g) $1/(1+\tan^2 y) = 1/(1+x^2)$

170a) $-13/5$ b) $-3/2$ c) $e^2 + e$

171a) tangent: $12x-y = 16$, normal: $x+12y = 98$ b) $x-3y = 3-3\ln 3$

resp. $3x+y = 9 + \ln 3$ c) $y = 1$ resp. $x = 0$ d) $2x+y = 8$ resp.

$x-2y = 4$ e) $x+y = 0$ resp. $x-y = 2\pi$ f) $x-5y-3 = 0$ resp.

$5x + y + 11 = 0$ g) $x+y+1 = 0$ resp. $x-y+1 = 0$ h) $19e \cdot x - 4y =$

$= 11e$ resp. $4x + 19e \cdot y = 4 + 38e^2$ i) $47x + 2y + 141 - 21\ln 2 = 0$

resp. $2x - 47y + 6 + 47\ln 2 = 0$.

172a) tangent: $x - 2y = 5$, normal: $2x + y = 0$ b) $7x + 5y = 12$
resp. $5x - 7y + 2 = 0$ c) $2x - y + 3 = 0$ resp. $x + 2y - 1 = 0$
d) $x + 3y = 3$ resp. $3x - y + 1 = 0$ e) $2x + 2y = 5$ resp. $2x - 2y = 3$

173a) $3y = \pm 2x \pm 4\sqrt{3}$ (fyra stycken) b) $y = \pm x \pm 5$ (fyra stycken)

174a) minsta värde: $f(-2) = 1$, (även lokalt min.) b) största värde:
 $f(2/3) = 10/3$, (även lokalt max.) c) lok. min: $f(-1) = 0$, lok. max:
 $f(1) = 4$ d) minsta värde: $f(-1) = -4$ e) största värde: $f(-1/2) =$
 $= 19/8$, lok. min: $f(1/2) = -13/8$ lok. max: $f(1) = -1$ f) minsta
värde: $f(-1/2) = 0$, lok.max: $f(1) = 3$ g) största värde: $f(4) = 12$,
minsta värde: $f(-2) = f(2) = 0$, lok. max: $f(-3) = 5$ och $f(0) = 4$
h) minsta värde: $f(\ln 2) = 2 - 2 \ln 2$ i) minsta värde: $f(1+\sqrt{2}) =$
 $= 1 + \sqrt{2} + \ln(1+\sqrt{2}) - \ln 2$ j) lok. max: $f(\pi/4 + n \cdot 2\pi) = e^{\pi/4 + n \cdot 2\pi} / \sqrt{2}$,
lok. min: $f(5\pi/4 + n \cdot 2\pi) = -e^{5\pi/4 + n \cdot 2\pi} / \sqrt{2}$ k) lok. min: $f(0) = 1$,
lok. max: $f(1) = \sqrt{3}/e$ l) lok. min: $f(1) = 0$ och $f(2) = 0$

175a) $1/3$ b) $3/5$ c) $1/5$ d) $11/7$ e) $-17/7$

176a) $2/3$ b) -3 c) 0 d) $-2/7$ e) $-15/4$

177a) 0 b) $-1/2$ c) $5/2$ d) $-5/2$ e) $3/4$ f) -3

178a) $1/6$ b) $1/(2\sqrt{2})$ c) 2 d) $1/\sqrt{2}$

179a) 0 b) 0 c) $\ln 2$ d) $-\ln 2$ e) $-2 \ln 3$.

180 Asymptoter: a) $x=2$ och $y=0$ b) $x=-2$ och $y=1$ c) $x=-2$, $x=2$ och
 $y=0$ d) $x=-3$, $x=2$ och $y=0$ e) $x=-2$, $x=1$ och $y=1$ f) $y=2$

g) $x=-2$ och $y=x-2$ h) $x=2$ och $y=-(2x+5)/4$

Lokala_maxima_och_minima: a) saknas b) saknas c) max: $(0, -1/4)$

d) saknas e) min: $(-5, 8/9)$ och max: $(-1, 0)$ f) min: $(0, -4)$

g) max: $(-3, -6)$ och min: $(-1, -2)$ h) min: $(2-\sqrt{5}, -9/4+\sqrt{5})$, max: $(2+\sqrt{5}, -9/4-\sqrt{5})$

Kurvkonstruktion (se nästa sida) :

180 a)

