

## MVE475 Inledande Matematisk Analys

Tentan rättas och bedöms anonymt. **Skriv tentamenskoden tydligt på placeringlista och samtliga inlämnade papper.** Fyll i omslaget ordentligt.

För godkänt på tentan krävs 25 poäng på tentamens första del (godkäntdelen). Bonuspoäng från duggor 2015 räknas med. För betyg 4 resp. 5 krävs dessutom 35 resp. 45 poäng sammanlagt på tentamens två delar, varav minst 6 resp. 8 poäng på del 2.

Lösningar läggs ut på kursens hemsida. Resultat meddelas via Ladok ca. tre veckor efter tentamenstillfället.

---

### Del 1: Godkäntdelen

1. Denna uppgift finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. Detta blad inlämnas tillsammans med övriga lösningar. (16p)
  
2. (a) Formulera medelvärdessatsen för derivator. Använd sedan denna till att bevisa att om en funktion är definierad på ett intervall och har en derivata som är positiv (på hela intervallet) så är funktionen strängt växande. (4p)  
(b) Är funktionen  $f(x) = \arctan x^2$  en strängt växande funktion? Motivera ditt svar! (2p)  
(c) Skissera grafen till  $f$ . (1p)
  
3. (a) Låt  $f$  vara kontinuerlig på det slutna intervallet  $[a, b]$ . Använd huvudsatsen för att bevisa insättningsformeln (3p)

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

där  $F$  är en primitiv till  $f$ .

- (b) Området givet av  $0 \leq y \leq \frac{1}{\sqrt{x^2 + x}}$  och  $1 \leq x \leq 2$  roteras ett varv kring  $x$ -axeln. Beräkna rotationskroppens volym. (3p)
  
4. Rita grafen till  $f(x) = \frac{x^2}{2x + 3}$ . Ange speciellt eventuella lokala extrempunkter och asymptoter. Ta också reda på var funktionen är konvex och konkav (concave up/down). (5p)

VÄND!

## Del 2: Överbetygsdelen

I allmänhet kan inte poäng på dessa uppgifter räknas in för att nå godkäntgränsen.

5. Avgör om följande påståenden är sanna eller falska, samt motivera ditt svar.

(Rätt svar utan motivering ger inga poäng.)

(a) Ekvationen  $x^7 - 5x^2 + 3 = 0$  har en rot i intervallet  $(0, 2)$ . (1p)

(b) Om  $x \in [-1, 1]$  så är  $\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$ . (2p)

(c) Om  $f(x)$  är en integrerbar funktion i en omgivning av origo så är  $F(x) = \int_0^x f(t) dt$  deriverbar i origo. (2p)

6. Beräkna  $\int_0^{\pi/2} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{\tan x} \right) dx$ . (3p)

7. En triangel har ett hörn i punkten  $(0, 1/2)$ . Motstående sida är parallell med y-axeln. Hur stor kan triangelns area vara om hela triangeln ryms inom enhetscirkeln  $x^2 + y^2 \leq 1$ . (4p)

8. Beräkna gränsvärdet  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^{2n} \frac{i}{n^2} e^{-i/n}$ . (4p)

Lycka till!  
Jonny L

1. Till nedanstående uppgifter skall korta lösningar redovisas, samt svar anges, på anvisad plats (endast lösningar och svar på detta blad, och på anvisad plats, beaktas).

(a) Beräkna gränsvärdet  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 - 2}}{2x + 7}$ . (3p)

**Lösning:**

**Svar:** .....

(b) Beräkna integralen  $\int_0^1 \arctan x \, dx$ . (3p)

**Lösning:**

**Svar:** .....

(c) Funktionen  $f(x) = \sqrt{5 - (g(x))^2}$  är given och vidare är  $g(2) = 2$  och  $g'(2) = 4$ . Bestäm  $f'(2)$ . (3p)

**Lösning:**

**Svar:** .....

(d) Beräkna gränsvärdet  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2(\arctan x - \frac{\pi}{2})}{x + 1}$ . (3p)

**Lösning:**

**Svar:** .....

(e) Beräkna integralen  $\int \frac{\sin x}{\cos^2 x - \cos x} \, dx$ . (4p)

**Lösning:**

**Svar:** .....