

MVE475 Inledande Matematisk Analys

Tentan rättas och bedöms anonymt. **Skriv tentamenskoden tydligt på placeringlista och samtliga inlämnade papper.** Fyll i omslaget ordentligt.

För godkänt på tentan krävs 25 poäng på tentamens första del (godkäntdelen). Bonuspoäng från duggor 2017 räknas med. För betyg 4 resp. 5 krävs dessutom 35 resp. 45 poäng sammanlagt på tentamens två delar, varav minst 4 resp. 8 poäng på del 2.

Lösningar läggs ut på kursens hemsida. Resultat meddelas via Ladok ca. tre veckor efter tentamenstillfället.

Del 1: Godkäntdelen

1. Denna uppgift finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. Detta blad inlämnas tillsammans med övriga lösningar. (13p)

2. (a) Härled (bevisa) deriveringsregeln för $\arcsin x$. (3p)
(b) Bestäm tangenten till kurvan $y \cos x = 1 + \sin(xy)$ i punkten $(0; 1)$. (3p)

3. (a) Formulera medelvärdessatsen för derivator. (2p)
(b) Finns det en funktion f sådan att $f(2) = 1$, $f(4) = 3$ och $f'(x) > 1$ för alla x . (2p)

4. Beräkna den generaliserade integralen $\int_e^\infty \frac{1}{x(\ln x)^2} dx$. (5p)

5. Rita grafen till funktionen $f(x) = \arctan\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$. Ange alla eventuella lokala extrempunkter och asymptoter. Avgör också var kurvan är konvex/konkav. (6p)

VÄND!

Del 2: Överbetygsdelen

I allmänhet kan inte poäng på dessa uppgifter räknas in för att nå godkäntgränsen.

6. Avgör om följande påståenden är sanna eller falska, samt motivera ditt svar.

(Rätt svar utan motivering ger inga poäng.)

(a) Om f är två gånger deriverbar och har ett lokalt maximum i $x = 0$, så måste gälla att $f''(0) < 0$. (2p)

(b) $\int_0^1 \sin(x^2) dx < \frac{1}{2}$. (2p)

(c) Funktionen $F(x) = \int_0^{x^2-2x} \frac{1}{1+t^4} dt$ har ett minsta värde för $x = 1$. (2p)

7. Området som begränsas av linjen $x = 0$ och kurvan $x = 9 - y^2$ roterar kring linjen $x = -1$. Beräkna volymen av den kropp som bildas. (5p)

8. Beräkna $\int_0^1 e^x dx$ med hjälp av Riemannsummor. (5p)

Lycka till!
Jonny L

1. Till nedanstående uppgifter skall korta lösningar redovisas, samt svar anges, på anvisad plats (endast lösningar och svar på detta blad, och på anvisad plats, beaktas).

(a) Beräkna derivatan av $\frac{1}{(f(x))^2 + 1}$ i punkten $x = 4$, då $f(4) = 1$, $f'(4) = -4$. (3p)

Lösning:

Svar:

(b) Beräkna integralen $\int \frac{1}{(x-1)(x^2+3x+2)} dx$. (3p)

Lösning:

Svar:

(c) Beräkna gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\cos x - 1}$. (3p)

Lösning:

Svar:

(d) $f(x) = e^{x^2}$ är inverterbar då $x > 0$. Beräkna $(f^{-1})'(e^4)$.

(4p)

Lösning: