3.16 Bestäm fourierserien till den periodiska funktionen f om

a) $f(t) = 2\sin t + 3\cos 2t + 4\sin 3t$ b) $f(t) = \cos^2 3t$

c) $f(t) = t^2$ för $-\pi < t \leq \pi$ d) $f(t) = e^t$ för $-\pi < t \leq \pi$

e) $f(t) = 0$ för $-\pi < t < 0$ och $f(t) = \sin t$ för $0 \leq t \leq \pi$.

3.17 Utveckla funktionen $f(t) = \cos t$ i sinusserie på intervallet $0 < t < \pi$.

3.18 Utveckla funktionen $f(t) = \sin t$ i cosinusserie på intervallet $0 < t < \pi$.

1. (a) Hitta Fourierserien till en 2π-periodisk funktion som är definierad som $f(x) = 1 - |x|/\pi$ för $x \in [-\pi, \pi)$. (3p)

   (b) Använd svaret i förra uppgift för att hitta $\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{(2k-1)^2}$. (3p)

1. Utveckla funktionen f i sinusserie i intervallet $(0, \pi)$, där f ges av att $f(x) = x^2$ för $0 < x < \pi/2$ och $f(x) = 0$ för $\pi/2 \leq x < \pi$. Ange också i vilka punkterna på hela reela linjen som denna serie konvergerar och vad dess summan då är. (7p)

2. Funktionen $f(t)$ är 3-periodisk, och

$$f(t) = \begin{cases} t & \text{för} \quad 0 \leq t \leq 1, \\ 1 & \text{för} \quad 1 < t < 2, \\ 3-t & \text{för} \quad 2 \leq t \leq 3. \end{cases}$$

a) Utveckla f i Fourierserie. (Det kan underlätta att rita några perioder av grafen för f.)

3. Funktionen u har perioden 3 och är på intervallet $0 \leq t < 3$ definierad som

$$u(t) = \begin{cases} 2, & 0 \leq t < 1 \\ 1, & 1 \leq t < 2 \\ 0, & 2 \leq t < 3 \end{cases}$$

Utveckla u i fourierserie

4. Utveckla $|\cos t|$ i fourierserie med period π.

5. Utveckla $\cos t$ i sinusserie på intervallet $0 \leq t \leq \pi$.