

Tentamensträning PDE, Godkännitnivå, MVE500. HT-2016

Notera: svängningsproblem = vågekvation

*3.5 Lös värmeledningsproblemet

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0, & 0 < x < 1, t > 0 \\ u(0, t) = u(1, t) = 0, & t > 0 \\ u(x, 0) = \sin \pi x + 2 \sin 3\pi x, & 0 < x < 1. \end{cases}$$

3.6 Lös svängningsproblemet

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0, & 0 < x < \pi, t > 0 \\ u(0, t) = u(\pi, t) = 0, & t > 0 \\ u(x, 0) = 0.3 \sin x, & 0 < x < \pi \\ \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = 0, & 0 < x < \pi. \end{cases}$$

*3.8 Lös värmeledningsproblemet

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0, & 0 < x < 1, t > 0 \\ u(x, 0) = x, & 0 < x < 1. \end{cases}$$

med randvillkoren

a) $u(0, t) = u(1, t) = 0$ b) $u_x(0, t) = u_x(1, t) = 0$

*3.13 Lös värmeledningsproblemet

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0, & 0 < x < 1, t > 0 \\ u(0, t) = 0, u(1, t) = 1, & t > 0 \\ u(x, 0) = 0, & 0 < x < 1 \end{cases}$$

Vad är gränsvärdet av lösningen då $t \rightarrow \infty$?

*3.15 Lös värmeledningsproblemet

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 1, & 0 < x < 1, t > 0 \\ u(0, t) = u(1, t) = 0, & t > 0 \\ u(x, 0) = 0, & 0 < x < 1 \end{cases}$$

Vad är gränsvärdet av lösningen då $t \rightarrow \infty$?

3.16 Lös svängningsproblemet

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = x, & 0 < x < 1, t > 0 \\ u(0, t) = u(1, t) = 0, & t > 0 \\ u(x, 0) = 0, & 0 < x < 1 \\ u_t(x, 0) = 0, & 0 < x < 1. \end{cases}$$

*3.17 Lös värmeledningsproblemet

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 2, & 0 < x < 1, t > 0 \\ u_x(0, t) = 0, u_x(1, t) = -2, & t > 0 \\ u(x, 0) = 0, & 0 < x < 1 \end{cases}$$