MATEMATIK | **Hjälpmedel: inga**

Chalmers tekniska högskola

Tentamen

Datum: 2016-08-24 kl. 08.30–12.30

Telefonvakt: Edvin Wedin

ankn 5325

LMA515c och LMA033b

Tentan rättas och bedöms anonymt. **Skriv tentamenskoden tydligt på placeringlista och samtliga inlämnade papper.** Fyll i omslaget ordentligt.

För godkänt på tentan krävs 23 poäng på tentamens första del (godkäntdelen). Bonuspoäng från duggor 2016 räknas med. För betyg 4 resp. 5 krävs dessutom 33 resp. 43 poäng sammanlagt på tentamens två delar, varav minst 4 resp. 6 poäng på del 2.

Lösningar läggs ut på kursens hemsida. Resultat meddelas via Ladok ca. tre veckor efter tentamenstillfället.

Del 1: Godkäntdelen

1. Denna uppgift finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. Detta blad inlämnas tillsammans med övriga lösningar. (15p)

2. (a) Lös ekvationssystemet $\begin{cases} 2x + y = 2 \\ x = -1 \\ 2x - y = 0 \\ -x + 2y = 1 \end{cases}$ approximativt med minstakvadrat-metoden. (4p)

(b) Hur stort blev minstakvadratfelet? (2p)

3. (a) Om A och B är kvadratiska matriser beskriv $\det(AB)$ uttryckt i $\det(A)$ och $\det(B)$. (1p)

(b) Beräkna AB, $\det(AB)$, $\det(A)$, $\det(B)$ och verifiera att din formel stämmer för matriserna

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -2 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

(3p)

4. (a) Givet punkterna $A = (1, 2, 3)$, $B = (2, 0, 1)$ och $C = (0, 1, -1)$, bestäm planet som går genom punkterna. (3p)

(b) Avgör om linjen $x - 4 = y - 3 = \dfrac{z+1}{4}$ är vinkelrät mot planet. (2p)

(c) Bestäm vinkeln mellan $\overrightarrow{AB}$ och $\overrightarrow{AC}$. (2p)

5. (a) Bestäm för vilka värden på konstanten a som matrisen (3p)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -3 & 0 & a \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

är inverterbar.

(b) Beräkna A^{-1} för $a = 4$. (3p)

VÄND!

Del 2: Överbetygsdelen

I allmänhet kan inte poäng på dessa uppgifter räknas in för att nå godkäntgränsen.

6. Avgör om följande påståenden är sanna eller falska, samt motivera ditt svar. (Rätt svar utan motivering ger inga poäng.)

(a) Om A och B är matriser sådana att $AB = 0$, då måste $A = 0$ eller $B = 0$. (1p)

(b) Om vektorerna $\mathbf{u}$ och $\mathbf{v}$ är parallella så är $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = \mathbf{0}$. (1p)

(c) Om A är en 4×4 matris så är $\det(-A) = -\det(A)$. (1p)

7. Bestäm spegelbilden av punkten $(1, 2, 3)$ efter spegling i planet $x - y + z = 1$. (4p)

8. Låt $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ och $G : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ vara avbildnigarna som ges av $F(a_0, a_1, a_2) = (2a_1, 3a_2)$ och $G(b_0, b_1) = (0, b_0/2, b_1/3)$.

(a) Visa att avbildningarna F och G är linjära. (1p)

(b) Bestäm matriserna för avbildningarna F och G. (2p)

(c) Bestäm matriserna för sammansättningarna $F \circ G$ och $G \circ F$. Är G invers till F? (2p)

Lycka till!
Thomas Bäckdahl

Anonym kod	LMA515c och LMA033b 2016-08-24	sid.nummer 1	Poäng

1. Till nedanstående uppgifter skall korta lösningar redovisas, samt svar anges, på anvisad plats (endast lösningar och svar på detta blad, och på anvisad plats, beaktas).

(a) Finn alla lösningar till ekvationssystemet $\begin{cases} x + 2y - 2z = -1 \\ -x - 2y = -3 \\ 2x + 4y - 5z = -4 \end{cases}$. (3p)

Lösning:

Svar: ....

(b) Låt A, B, C vara hörn i en triangel. Illustrera i figur vektorn $2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ (2p)

Lösning:

....

(c) Lös matrisekvationen $A^T X - X = B$ då $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ och $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$. (4p)

Lösning:

Svar: .... VÄND!

(d) Avgör om vektorn $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ -7 \end{bmatrix}$ kan skrivas som linjärkombination av vektorerna $\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix}$ och $\mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ och ange i så fall den linjärkombinationen. (3p)

Lösning:

Svar: ....

(e) Beräkna projektionen av vektorn $\mathbf{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$ på vektorn $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$.

Lösning: (3p)

Svar: ....