MATEMATIK **Hjälpmedel: inga**

Chalmers tekniska högskola Datum: 2017-03-16 kl. 08.30–12.30

Tentamen Telefonvakt: Henrik Imberg

ankn 5325

LMA515c

Tentan rättas och bedöms anonymt. **Skriv tentamenskoden tydligt på placeringlista och samtliga inlämnade papper.** Fyll i omslaget ordentligt.
För godkänt på tentan krävs 23 poäng på tentamens första del (godkäntdelen). Bonuspoäng från duggor 2017 räknas med. För betyg 4 resp. 5 krävs dessutom 33 resp. 43 poäng sammanlagt på tentamens två delar, varav minst 4 resp. 6 poäng på del 2.
Lösningar läggs ut på kursens hemsida. Resultat meddelas via Ladok ca. tre veckor efter tentamenstillfället.

Del 1: Godkäntdelen

1. Denna uppgift finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. Detta blad inlämnas tillsammans med övriga lösningar. (14p)

2. (a) Givet punkterna $A = (2, 1, 3)$, $B = (3, 1, 1)$ och $C = (1, 2, 3)$, bestäm planet som går genom punkterna. (3p)

(b) Bestäm arean av triangeln med hörn i punkterna A, B och C. (1p)

(c) Bestäm vektorprojektionen av $\overrightarrow{AB}$ på $\overrightarrow{AC}$. (2p)

3. Matriserna $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 7 & -1 \\ 1 & 5 & -1 \end{bmatrix}$ och $C = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 5 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ är givna.

(a) Beräkna $(A^T A)^{-1}$. (2p)

(b) Beräkna B^{-1}. (3p)

(c) Lös matrisekvationen $BXA^T A = C$, där X är den sökta matrisen. (3p)

4. (a) Anpassa med minstakvadratmetoden en rät linje $y = a + bt$ till följande mätdata

t	-2	-1	0	1
y	-4	-1	1	2

. (4p)

(b) Hur stort blev kvadratiska medelfelet? (2p)

5. (a) Definiera vad som menas med att tre vektorer i $\mathbb{R}^4$ är linjärt beroende. (1p)

(b) Avgör ifall vektorerna (3p)

$$\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{v}_3 = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

är linjärt beroende.

VÄND!

Del 2: Överbetygsdelen

I allmänhet kan inte poäng på dessa uppgifter räknas in för att nå godkäntgränsen.

6. Avgör om följande påståenden är sanna eller falska, samt motivera ditt svar. (Rätt svar utan motivering ger inga poäng.)

(a) Man kan balansera en kemisk reaktionsformel endast om vektorerna som motsvarar de ingående molekylerna är linjärt beroende. (1p)

(b) Om vektorerna $\mathbf{u}$ och $\mathbf{v}$ är vektorer i $\mathbb{R}^3$ så är $\mathbf{u} \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v}) = 0$. (1p)

(c) Om A är en 3×3 matris så är $\det(2A) = 2\det(A)$. (1p)

(d) Om A, B och C är matriser sådana att $C = AB$ och C har två rader så måste B ha två rader. (1p)

7. Beräkna minsta avståndet mellan de två linjerna $\mathbf{L}_1$ och $\mathbf{L}_2$, där $\mathbf{L}_1$ är linjen genom $(0, 1, 3)$ parallell med vektorn $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ och $\mathbf{L}_2$ ges av $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 2 \\ z = 1 - t \end{cases}$ med parameter $t \in \mathbb{R}$. (4p)

8. Låt F och G vara avbildningar från $\mathbb{R}^2$ till $\mathbb{R}^2$ där F är en spegling i $y = -x$ och G är en vridning π radianer moturs.

(a) Bestäm matrisen för den sammansatta avbildningen om man först speglar och sedan vrider. (3p)

(b) Får man samma resultat om man först vrider och sedan speglar, d.v.s. kommuterar avbildningarna? (1p)

Lycka till!
Thomas Bäckdahl

1. Till nedanstående uppgifter skall korta lösningar redovisas, samt svar anges, på anvisad plats (endast lösningar och svar på detta blad, och på anvisad plats, beaktas).

(a) Finn alla lösningar till ekvationssystemet $\begin{cases} x + 2y - z = 2 \\ -3x - 2y - z = -3 \\ 5x + 2y + 3z = 2 \end{cases}$. (3p)

Lösning:

Svar: ....

(b) Givet punkterna $A = (2, -1, 3)$, $B = (3, 1, 2)$ och $C = (-1, 0, 2)$ avgör ifall linjen genom punkterna A och B är vinkelrät mot linjen genom punkterna A och C. (2p)

Lösning:

....

(c) Beräkna determinanten $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 7 \\ -2 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \end{vmatrix}$. (3p)

Lösning:

Svar: ....

VÄND!

(d) Låt A, B, C vara hörn i en triangel. Illustrera i figur vektorn $2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$. (2p)

Lösning:

Svar: ....

(e) För vilka värden på parametern s är $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ lösbart då $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & s \end{bmatrix}$ och $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$? Ange även lösningarna $\mathbf{x}$.

Lösning: (4p)

Svar: ....