MATEMATIK | **Hjälpmedel: inga**

Chalmers tekniska högskola | Datum: 2017-08-23 kl. 08.30–12.30

Tentamen | Telefonvakt: Sebastian Jobjörnsson

ankn 5325

LMA515C & LMA033B Matematik

Tentan rättas och bedöms anonymt. **Skriv tentamenskoden tydligt på placeringlista och samtliga inlämnade papper.** Fyll i omslaget ordentligt.

För godkänt på tentan krävs 23 poäng på tentamens första del (godkäntdelen). Bonuspoäng från duggor 2017 räknas med. För betyg 4 resp. 5 krävs dessutom 33 resp. 43 poäng sammanlagt på tentamens två delar, varav minst 4 resp. 6 poäng på del 2.

Lösningar läggs ut på kursens hemsida. Resultat meddelas via Ladok ca. tre veckor efter tentamenstillfället.

Del 1: Godkäntdelen

1. Denna uppgift finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. Detta blad inlämnas tillsammans med övriga lösningar. (15p)

2. Matriserna $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ och $C = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -2 & 2 \\ 6 & -2 \end{bmatrix}$ är givna.

(a) Beräkna A^{-1} och B^{-1}. (4p)

(b) Lös matrisekvationen $AXB = C^T$. (2p)

3. (a) Förklara vad som menas med en minstakvadratlösning till en ekvation $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$. (1p)

(b) Anpassa med minsta kvadrat metoden $y = a + bt$ till följande mätdata (4p)

$$\begin{array}{c|cccc} t & -1 & 0 & 2 & 3 \\ \hline y & 0 & 2 & 3 & 2 \end{array}\ .$$

(c) Hur stort blev approximationsfelet vid $t = 2$? (1p)

4. Punkterna $A = (0, 1, -2)$, $B = (2, 2, -3)$ och $C = (1, 3, -1)$ är givna.

(a) Bestäm en ekvation för planet som går genom punkterna A, B och C. (3p)

(b) Bestäm arean av triangeln med hörn i punkterna A, B och C. (2p)

(c) Bestäm triangelns vinkel vid punkten A. (2p)

5. För vilka värden på parametern a är kolonnerna i $A = \begin{bmatrix} 1 & a & 2 \\ -2 & 2 & a \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ linjärt beroende? (4p)

VÄND!

Del 2: Överbetygsdelen

I allmänhet kan inte poäng på dessa uppgifter räknas in för att nå godkäntgränsen.

6. Avgör om följande påståenden är sanna eller falska, samt motivera ditt svar. (Rätt svar utan motivering ger inga poäng.)

(a) Om A är en 3×3 matris med kolonnerna $\mathbf{a}_1$, $\mathbf{a}_2$ och $\mathbf{a}_3$ sådana att $4\mathbf{a}_2 = 2\mathbf{a}_1 - 3\mathbf{a}_2$, så har ekvationssystemet $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ oändligt många lösningar. (1p)

(b) Om A, B och C är matriser sådana att $AB = C$ och C har tre rader måste B ha tre rader. (1p)

(c) Om vektorerna $\mathbf{u}$ och $\mathbf{v}$ är vinkelräta vektorer i $\mathbb{R}^3$ så är $|\mathbf{u} \times \mathbf{v}| = |\mathbf{v}||\mathbf{u}|$. (1p)

(d) Om $\mathbf{a}$ och $\mathbf{b}$ är vektorer i $\mathbb{R}^3$ så är vektorn $\mathbf{b} - \dfrac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{|\mathbf{a}|}\mathbf{a}$ är vinkelrät mot vektorn $\mathbf{a}$ (1p)

7. Beräkna minsta avståndet mellan de två linjerna $\mathbf{L}_1$ och $\mathbf{L}_2$, där $\mathbf{L}_1$ är linjen genom $(2, 1, 0)$ parallell med vektorn $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ och $\mathbf{L}_2$ ges av $\dfrac{x-2}{3} = \dfrac{y-1}{2} = -(z+1)$. (4p)

8. Betrakta två avbildningar $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ och $G : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ som ges av

$$F(x_1, x_2) = (x_1 + 2x_2, 2x_1 - x_2, x_2), \quad G(x_1, x_2, x_3) = (2x_1 + 2x_2 - 2x_3, 2x_1 - x_2 + x_3).$$

(a) Bestäm matrisen för de sammansatta avbildningarna $F \circ G$ och $G \circ F$. (3p)

(b) Är sG invers till F för något tal $s \in \mathbb{R}$? (1p)

Lycka till!
Thomas Bäckdahl

Anonym kod	LMA515C & LMA033B Matematik 2017-08-23	sid.nummer 1	Poäng

1. Till nedanstående uppgifter skall korta lösningar redovisas, samt svar anges, på anvisad plats (endast lösningar och svar på detta blad, och på anvisad plats, beaktas).

(a) Finn alla lösningar till ekvationssystemet $\begin{cases} x & & & + & z & = & 2 \\ 5x & - & 2y & + & z & = & 9 \\ 4x & + & 2y & + & 9z & = & 9 \end{cases}$. (3p)

Lösning:

Svar: ....

(b) Beräkna kryssprodukten $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ för vektorerna $\mathbf{a} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 4 \end{bmatrix}$ och $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$.

Lösning: (2p)

Svar: ....

(c) Beräkna determinanten $\begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 5 & 0 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{vmatrix}$. (2p)

Lösning:

Svar: ....

(d) Låt $\mathbf{u}$ och $\mathbf{v}$ vara vektorer i planet. Illustrera med en figur räkneregeln
$\mathbf{u} + \mathbf{v} = \mathbf{v} + \mathbf{u}$. (2p)

Lösning:

.... VÄND!

(e) Avgör om vektorn $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}$ kan skrivas som linjärkombination av vektorerna $\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 4 \end{bmatrix}$ och $\mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ och ange i så fall den linjärkombinationen. (3p)

Lösning:

Svar: ....

(f) Bestäm på parameterform linjen som går genom punkterna $A = (1, 2, 3)$ och $B = (0, 4, 1)$. Avgör också om vektorn $\overrightarrow{BC}$ är vinkelrät mot linjen om $C = (-5, 1, 1)$. (3p)

Lösning:

Svar: ....