Beräkning av vektor produkt med determinanter.

Om $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ och $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$

$$\Rightarrow \vec{a} \times \vec{b} = (a_2b_3 - a_3b_2,\ a_3b_1 - a_1b_3,\ a_1b_2 - a_2b_1).$$

Man kan beräkna $v \times w$ med determinanter:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} \underset{\uparrow}{=} i(a_2b_3 - b_2a_3) - j(a_1b_3 - b_1a_3) + k(a_1b_2 - a_2b_1)$$

med avseende på 1st rad

$$\Rightarrow \vec{a} \times \vec{b} = (a_2b_3 - b_2a_3,\ -(a_1b_3 - b_1a_3),\ a_1b_2 - a_2b_1)$$

$$= (a_2b_3 - b_2a_3,\ a_3b_1 - a_1b_3,\ a_1b_2 - a_2b_1)$$

Låt $\vec{c} = (c_1, c_2, c_3)$. $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$ kan beräknas med determinanten:

$$\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = \det \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{pmatrix}$$

ex: Beräkna volym av parallellepipeden spänns upp av

$\vec{a} = (1, 2, 0)$ $\vec{b} = (-2, 0, 0)$ och $\vec{c} = (2, 1, -3)$

$$\text{Volym} = |\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})| = \left|\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}\right| \underset{\uparrow}{=} \left| -\det \underbrace{\begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}}_{\uparrow} \right|$$

byta rad 1 och 2

undertriangulä

$$= |-6| = 6.$$