

MVE525 Matematisk analys

Tentan rättas och bedöms anonymt. **Skriv tentamenskoden tydligt på placeringlista och samtliga inlämnade papper.** Fyll i omslaget ordentligt.

För godkänt på tentan krävs 23 poäng på godkäntdelen. Bonuspoäng från duggor 2017 räknas med.

För betyg 4 eller 5 krävs dessutom 33 resp. 43 poäng sammanlagt på tentamens två delar, varav minst 4 resp. 6 poäng på överbetygsdelen.

Godkäntdelen

1. Denna uppgift finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. Detta blad (16p)
inlämnas tillsammans med övriga lösningar.

2. Funktionen $f(x) = \frac{4x^2}{2x+1}$ är given. Konstruera grafen till f . Ange lokala max/min samt (5p)
asymptoter.

3. (a) Bestäm $f(x)$ så att följande villkor är uppfyllda. (4p)

$$f'(x) = \sin(2x) - \cos(2x) \quad \text{och} \quad f(0) = 4$$

- (b) Bestäm lokala max/min till f .

4. Beräkna $\int_0^{\infty} x(e^{-2x} + 2e^{-x}) dx$ (3p)

5. Bestäm volym av kropparna som bildas när området som begränsas av $y = \frac{1}{x+1}$, $y = 2$, (6p)
 $x = 0$ och $x = 3$ roterar kring x - resp y -axeln.

6. Bestäm funktionen f så att följande villkor är uppfyllda. (4p)

$$xf'(x) = f(x) + x^4\sqrt{x} \quad f(1) = 1.$$

Var god vänd!

Överbetygsdelen

Poäng på dessa uppgifter kan inte räknas in för att nå godkäntgränsen.

7. Beräkna (4p)

i. $\int \frac{\cos 2x}{1 - \tan^2 x} dx.$

ii. $\int \frac{1 - e^{-8x}}{1 - e^{-2x}} dx.$

8. En punkt P skall placeras på y -axeln med y -koordinat mellan 0 och 3. Från P dras två linjer. Den ena mot punkten $(2, 3)$, den andra mot $(5, 0)$. Var skall P ligga för att vinkeln mellan linjerna skall bli maximal? (4p)

9. Bestäm ekvationen för kurvan som går igenom punkten $(2, 3)$ och har egenskapen att för varje punkt på kurvan, om man följer tangentens riktning från punkten, så är det lika långt till tangentens skärning med x -axeln som till skärningen med y -axeln i första kvadranten. (4p)

Anonym kod	MVE525 Matematisk analys 180113	Sidnr 1	Poäng
------------	---------------------------------	------------	-------

1. Till nedanstående uppgifter skall korta lösningar redovisas, samt svar anges, på anvisad plats (endast lösningar och svar på detta blad, och på anvisad plats, beaktas).

- (a) Bestäm a så att arean under grafen $f(x) = 1 + a \cdot x^2$ mellan $x = 0$ och $x = 1$ är hälften så stor som arean mellan $x = 1$ och $x = 2$. (4p)

Lösning:

Svar:

- (b) Bestäm inflexionspunkter till funktionen $f(x) = \frac{1}{2x} - \frac{1}{x^2}$. Ange intervall där funktionen är uppåt resp nedåt konkav. (dvs konvex/konkav) (3p)

Lösning:

Svar:

- (c) Ange den antiderivata till $f(x) = \frac{1}{x^2\sqrt{x}} - \frac{2}{x^3}$ som uppfyller $F(1) = 0$. (3p)

Lösning:

Svar:

Var god vänd!

(d) Beräkna $\int_0^{\pi/2} \cos^2(x) \tan(x) dx$.

(3p)

Lösning:

Svar:

(e) Lös differentialekvationen $y'' + 4y' = 3 + e^{2x}$.

(3p)

Lösning:

Svar: