

## MVE525/LMA515 Matematisk analys/Matematik del B

Tentan rättas och bedöms anonymt. **Skriv tentamenskoden tydligt på placeringlista och samtliga inlämnade papper.** Fyll i omslaget ordentligt.

För godkänt på tentan krävs 23 poäng på godkänddelen. Bonuspoäng från duggor 2017 räknas med.

För betyg 4 eller 5 krävs dessutom 33 resp. 43 poäng sammanlagt på tentamens två delar, varav minst 4 resp. 6 poäng på överbetygsdelen.

## Godkäntdelen

1. Denna uppgift finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. Detta blad (16p)  
inlämnas tillsammans med övriga lösningar.

2. Funktionen  $f(x) = \frac{(2x+1)^2}{x+2}$  är given. Konstruera grafen till  $f$ . Ange lokala max/min samt (5p)  
asymptoter.

3. (a) Bestäm  $f(x)$  så att följande villkor är uppfyllda. (4p)

$$f'(x) = (x-2)\sin(2x) \quad \text{och} \quad f(0) = 4$$

- (b) Bestäm lokala max/min till  $f$  i intervallet  $0 < x < \pi$ .

4. Beräkna  $\int_0^1 \frac{1}{2x + \sqrt{x}} dx$  (3p)

5. Bestäm volym av kropparna som bildas när området som begränsas av  $y = 2 - x$ ,  $y = \sqrt{x}$ , (6p)  
och  $x$ -axeln roterar kring  $x$ - resp  $y$ -axeln.

6. Lös differentialekvationen (4p)

$$x^2 f'(x) = -x f(x) + \frac{1}{x} \quad f(1) = 1.$$

Var god vänd!

## Överbetygsdelen

Poäng på dessa uppgifter kan inte räknas in för att nå godkäntgränsen.

7. Bestäm antiderivata till följande funktioner. (4p)

i.  $f(x) = \frac{1}{\cos^4(x)}$

ii.  $f(x) = x^{1/2} (x^{-3/2} + 2x^{-1/2} + x^{1/2})^{-1}$

8. En stråle från origo skär kurvan  $y = 6 - x^2$  i punkten  $P$  i första kvadranten. Anta att  $P$  rör sig så att vinkelhastigheten,  $d\theta/dt$ , när strålen är precis mitt emellan axlarna är 1 rad/s ( $\theta$  är vinkeln mellan strålen och  $x$ -axeln). Med vilken hastighet ändras då arean av den rätvinkliga triangeln som bildas av strålen,  $x$ -axeln och den vertikala linjen genom  $P$ ? (4p)

9. Ett tält i form av en pyramid spänns upp av fyra stänger i en kvadrat i botten och fyra stänger från toppen till respektive hörn i botten. Om tältets volym är  $8 \text{ m}^3$ , bestäm sidan i tältets bas då sammanlagda längden av stängerna är minimal. (Volymen för en pyramid är basytan \* höjd/3) (4p)

Anonym kod	MVE525 Matematisk analys 180404	Sidnr 1	Poäng
------------	---------------------------------	------------	-------

1. Till nedanstående uppgifter skall korta lösningar redovisas, samt svar anges, på anvisad plats (endast lösningar och svar på detta blad, och på anvisad plats, beaktas).

- (a) Bestäm  $a$  så att arean under grafen  $f(x) = 1 + a/x^2$  mellan  $x = 1$  och  $x = 2$  är dubbelt så stor som arean mellan  $x = 2$  och  $x = 3$ . (4p)

**Lösning:**

Svar: .....

- (b) Bestäm inflexionspunkter till funktionen  $f(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{1}{x}$ . Ange intervall där funktionen är uppåt resp nedåt konkav. (dvs konvex/konkav) (3p)

**Lösning:**

Svar: .....

- (c) Ange den antiderivata till  $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x^2} - \frac{3}{x^2}$  som uppfyller  $F(1) = 4$ . (3p)

**Lösning:**

Svar: .....

Var god vänd!

(d) Beräkna  $\int_0^{\ln 2} e^{-x}(2e^{3x} + 4) dx$ .

(3p)

**Lösning:**

**Svar:** .....

(e) Lös differentialekvationen  $y'' + 4y = 2x + \sin 3x$ .

(3p)

**Lösning:**

**Svar:** .....