Matematik
Chalmers tekniska högskola

MVE530 Dugga 1, version B, 2017–09–20

Namn: Lösningar

Personnummer: ....

Uppgift	Poäng
1	
2	
3	
Summa:	

1. Bestäm den linje som är vinkelrät mot $y = -\frac{1}{2}x + 2$ och går genom punkten $(1, -1)$. I vilken punkt skär linjerna varandra?

Lösning:

$y = -\frac{1}{2}x + 2$ har k-värde $k_1 = -\frac{1}{2}$.

Lutningen på en vinkelrät linje ges av

$k_2 = -\frac{1}{k_1} = 2$.

Den vinkelräta linjens ekvation blir $y = 2x + m$.

Sätt in punkten $(1, -1)$.

$-1 = 2 \cdot 1 + m$

$m = -3$

Vi får ekvationen $y = 2x - 3$.

Skärningspunkten ges då av

$2x - 3 = -\frac{1}{2}x + 2$

$\frac{5}{2}x = 5$

$x = 2$

$y = 2 \cdot 2 - 3 = 1$

Skärningspunkten blir $(2, 1)$.

Svar: Den sökta linjens ekvation är $y = 2x - 3$.

Linjerna skär varandra i punkten $(2, 1)$.

2. Lös olikheten $|x+3| < 4x-5$.

Lösning:

$$|x+3| = \begin{cases} x+3 & \text{om} \quad x \geq -3 \\ -(x+3) & \text{om} \quad x < -3 \end{cases}$$

Dela upp i två fall:

Om $x \geq -3$:

$$x+3 < 4x-5$$
$$8 < 3x$$
$$\frac{8}{3} < x$$

Om $x < -3$:

$$-x-3 < 4x-5$$
$$2 < 5x$$
$$\frac{2}{5} < x \quad \text{ej giltligt} \quad \text{ty} \quad x < -3$$

Svar: Alla x i intervallet $(\frac{8}{3}, \infty)$ löser olikheten.

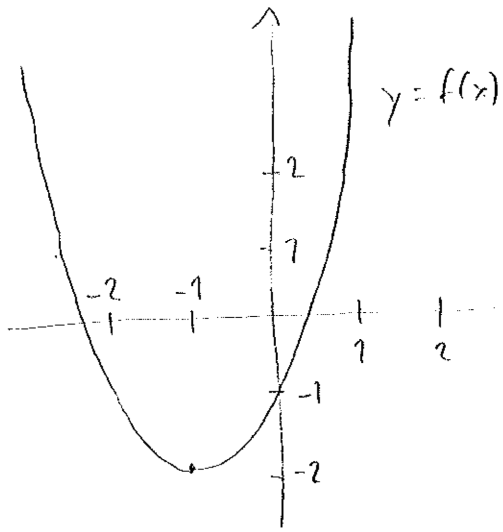
(Alternativt alla $x > \frac{8}{3}$ löser olikheten)

3. Låt $f(x) = x^2 + 2x - 1$. Beskriv grafen $y = f(x)$ med hjälp av translationer av grafen $y = x^2$. Vad är värdemängden till f?

Lösning:

Kvadratkomplettera

$$f(x) = x^2 + 2x - 1 = (x+1)^2 - 1 - 1 = (x+1)^2 - 2$$



Utifrån grafen ser vi att f antar alla värden större än -2.

Svar: Grafen till $f(x)$ fås genom att förskjuta grafen $y = x^2$ 2 steg nedåt och 1 steg åt vänster.
Värdemängden till f är $V_f = [-2, \infty)$