

LMA515 Matematik KI1

Tentan rättas och bedöms anonymt. **Skriv tentamenskoden tydligt på placeringlista och samtliga inlämnade papper.** Fyll i omslaget ordentligt.

För godkänt på tentan krävs 23 poäng. För betyg 4 resp. 5 krävs 33 resp. 43 poäng sammanlagt på tentamens två delar, varav minst 4 resp. 6 poäng på del 2.

Lösningar läggs ut på kursens hemsida. Resultat meddelas via Ladok ca. tre veckor efter tentamenstillfället.

Del 1: Godkäntdelen

1. Denna uppgift finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. Detta blad inlämnas tillsammans med övriga lösningar. (16p)

2. (a) Formulera faktorsatsen. (1p)
(b) Använd faktorsatsen för att faktorisera $p(x) = x^3 + 7x^2 + 2x + 14$ så långt som möjligt. Tips: $p(-7) = 0$. (3p)

3. Kurvan $y = x^3 - 3x + 1$ har en tangent i punkten $(0, 1)$ och en annan tangent i punkten $(2, 3)$. Bestäm den punkt i planet där de båda tangenterna skär varandra. (4p)

4. Låt $h(x) = \sin e^x - e^{-x} + 1$.
(a) Om $g(x) = e^x$, bestäm $f(y)$ så att $h(x) = f \circ g(x)$. (2p)
(b) Bestäm $h'(x)$. (2p)

5. Ange eventuella lodräta och vågräta asymptoter till graferna för $f(x) = \frac{\arctan x}{\ln x}$ och $g(x) = \frac{2x}{x^2+x-1}$. (3p)

6. Derivera uttrycket $y = \ln(\ln \sqrt{e^x})$ med avseende på x . (3p)

7. En bil har efter t sekunder kört $s(t) = te^{\sin t}$ meter.
(a) Vad är bilens hastighet vid tiden $t = 0$? (2p)
(b) Vad är bilens acceleration vid tiden $t = \pi$? (2p)

VÄND!

Del 2: Överbetygsdelen

8. (a) Ge den matematiska definitionen av gränsvärdet av en funktion $f(x)$ då x går mot $a \in \mathbb{R}$. (2p)

(b) Använd definitionen av gränsvärde för att bevisa att (2p)

$$\lim_{x \rightarrow 1} 2x = 2.$$

9. (a) För vilket kubiskt polynom p gäller $p(-2) = p(-1) = p(5) = 0$ och $p(0) = 4$? (2p)

(b) Bestäm $a > 0$ så att (2p)

$$f(x) = \begin{cases} x^3, & x < a \\ 1 + \ln x, & x \geq a \end{cases}$$

blir kontinuerlig.

10. Bestäm lutningen för tangentlinjen till ellipsen (4p)

$$x^2 + 2y^2 + 2x - 2y = 4$$

i den punkt där ellipsen korsar den positiva delen av x -axeln.

Lycka till!
Petter Johansson

Anonym kod	LMA515 Matematik KI1 2015-10-27	sid.nummer 1	Poäng
------------	------------------------------------	------------------------	-------

1. Till nedanstående uppgifter skall korta lösningar redovisas, samt svar anges, på anvisad plats (endast lösningar och svar på detta blad, och på anvisad plats, beaktas).

(a) Använd binomialsatsen för att skriva polynomet $p(x) = (2x^2 - 1)^5$ på grundform. (3p)

Svar:

(b) Bestäm $f'(x)$ då $f(x) = \frac{\arctan x}{\tan x}$. Förenkla så långt som möjligt. (3p)

Svar:

(c) Beräkna

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{\sqrt{x + 3} - 2}$$

(3p)

Svar:

(d) $f(x)$ är en funktion som är jämn, strikt växande för $x > 0$ och som uppfyller $f(4) = 5$ och $f(0) = 10$. Bestäm alla x för vilka $f(x/3) = 5$. (3p)

Svar:

(e) Lös ekvationen $\sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{4}$. (4p)

Svar: