Lösningar Provdugga 2

1. $$\frac{x^2-x-6}{9-x^2} = \frac{(x-3)(x+2)}{(3-x)(3+x)} = \frac{\cancel{(x-3)}(x+2)}{-\cancel{(x-3)}(x+3)} =$$

$$= -\frac{x+2}{x+3} \to -\frac{3+2}{3+3} = -\frac{5}{6} \text{ då } x \to 3$$

---

2. Vänstergränsvärde

$$\lim_{x \to 1^-} (2-ax^2) = 2-a$$

Högergränsvärde

$$\lim_{x \to 1^+} \ln x = \ln 1 = 0$$

Om ett gränsvärde ska existera gäller

$$\lim_{x \to 1^-} f(x) = \lim_{x \to 1^+} f(x) \iff 2-a = 0$$

$$\iff \underline{\underline{a=2}}$$

Kontinuitet: $\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$

d.v.s. $\lim_{x \to 1} f(x) = 0 = f(1)$

---

3. $f(x) = x^2 + x \Rightarrow f(x+h) = (x+h)^2 + (x+h)$

$$\Rightarrow \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \frac{(x+h)^2 + (x+h) - (x^2+x)}{h} =$$

$$= \frac{\cancel{x^2} + 2xh + h^2 + \cancel{x} + h - \cancel{x^2} - \cancel{x}}{h} = \frac{2xh + h^2 + h}{h}$$

$$= \frac{\cancel{h}(2x+h+1)}{\cancel{h}} \to 2x+1 \text{ då } h \to 0$$

Så $f'(x) = 2x+1$.