

MVE535 Matematisk analys, del 1

Tentan rättas och bedöms anonymt. Skriv tentamenskoden tydligt på placeringlista och samtliga inlämnade papper. Fyll i omslaget ordentligt. **Till samtliga uppgifter skall fullständiga lösningar redovisas.** För godkänt på tentan krävs 23 poäng på godkäntdelen. Bonuspoäng från duggor 2018 räknas med. För betyg 4 eller 5 krävs dessutom 33 resp. 43 poäng sammanlagt på tentamens två delar, varav minst 4 resp. 6 poäng på överbetygsdelen. Resultat meddelas via Ladok ca tre veckor efter tentamenstillfället. Granskning på expeditionen.

Godkäntdelen

1. Denna uppgift finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. Detta blad (16p)
inlämnas tillsammans med övriga lösningar.

2. Funktionen $f(x) = \frac{(x-3)^2}{2x+4}$ är given. Konstruera grafen till f . Ange lokala max/min samt (5p)
asymptoter.

3. (a) Bestäm ellipsens medelpunkt och dess största resp minsta avstånd till medelpunkten. (4p)
 $x^2 + 6x + 4y^2 + 4y = -1$.
(b) Beräkna y' i de punkter där $x = -2$.

4. Beräkna $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x - 2 \sin x + 5x^3}{x^3}$ (3p)

5. Bestäm C_1, C_2 så att funktionen $y(x) = e^{2x}(C_1x^2 + C_2x)$ uppfyller sambandet (3p)
 $y''(x) - 2y'(x) = (3x+4)e^{2x}$ för alla x .

6. Ange de reella lösningarna till rottekvationen $\sqrt{x^2 - 8x + 16} + 4 + 3x = 0$. (3p)

7. (a) Bestäm funktionen f så att följande villkor är uppfyllda. (4p)

$$f'(x) = \frac{3}{e^{2x}} - 2e^{-4x}, \quad f(0) = 5.$$

(b) Bestäm lokala max/min till f .

Var god vänd!

Överbetygsdelen

Poäng på dessa uppgifter kan inte räknas in för att nå godkäntgränsen.

8. Bestäm antiderivata till följande funktioner. (4p)

i. $f(x) = \frac{1}{\cos^4(x)}$

ii. $f(x) = x^{1/2} (x^{-3/2} + 2x^{-1/2} + x^{1/2})^{-1}$

9. En stråle från origo skär kurvan $y = 6 - x^2$ i punkten P i första kvadranten. Anta att P rör sig så att vinkelhastigheten, $d\theta/dt$, när strålen är precis mitt emellan axlarna är 1 rad/s (θ är vinkeln mellan strålen och x -axeln). Med vilken hastighet ändras då arean av den rätvinkliga triangeln som bildas av strålen, x -axeln och den vertikala linjen genom P ? (4p)

10. Ett tält har formen av en pyramid. Den kvadratiska basen bildas av fyra stänger och i varje hörn sitter fyra lika långa stänger som möts i tältets topp. Om tältets volym är 8 m^3 , bestäm sidan i tältets bas då sammanlagda längden av stängerna är minimal. (4p)

Anonym kod	MVE535 Matematisk analys, del 1 180315	Sidnr 1	Poäng
------------	--	------------	-------

1. Till nedanstående uppgifter skall lösningar redovisas, samt svar anges, på anvisad plats (endast lösningar och svar på detta blad, och på anvisad plats, beaktas).

(a) Bestäm med hjälp av derivatans definition $f'(x)$ då $f(x) = \frac{2x}{x+1}$. (2p)

Lösning:

Svar:

(b) Bestäm lokala max/min till funktionen $f(x) = \frac{1}{x} + 3 \ln x$. (3p)

Lösning:

Svar:

(c) Lös ekvationen $|x^2 - 4| + 4 = 3x$. (3p)

Lösning:

Svar:

Var god vänd!

- (d) Ange den antiderivata till $f(x) = \frac{1}{(x+1)^2} - \frac{3}{x^4}$ som uppfyller $F(1) = 0$. (2p)

Lösning:

Svar:

- (e) Bestäm inversen till funktionen $f(x) = \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + 2\right) / \left(\frac{3}{\sqrt{x}} + 4\right)$. (3p)

Lösning:

Svar:

- (f) Bestäm ekvationen för tangenten till f 's graf i punkten där $x = 3$ för funktionen $f(x) = (x-2)\sqrt{x+1}$. Ange också tangentens skärningspunkt med x -axeln. (3p)

Lösning:

Svar: