

MVE535/MVE415 Matematisk analys, del 1

Tentan rättas och bedöms anonymt. Skriv tentamenskoden tydligt på placeringlista och samtliga inlämnade papper. Fyll i omslaget ordentligt. **Till samtliga uppgifter skall fullständiga lösningar redovisas.**

För godkänt på tentan krävs 23 poäng på godkäntdelen. Bonuspoäng från duggor 2018 räknas med. För betyg 4 eller 5 krävs dessutom 33 resp. 43 poäng sammanlagt på tentamens två delar, varav minst 4 resp. 6 poäng på överbetygsdelen. Resultat meddelas via Ladok ca tre veckor efter tentamenstillfället. Granskning på expeditionen.

Godkäntdelen

1. Denna uppgift finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. Detta blad (16p)
inlämnas tillsammans med övriga lösningar.

2. Funktionen $f(x) = 1 - \frac{x}{2} + \frac{2}{3-x}$ är given. Konstruera grafen till f . Ange lokala max/min (5p)
samt asymptoter.

3. (a) Bestäm cirkelns medelpunkt och radie: $x^2 + 10x + y^2 - 20y = 19$. (4p)
(b) Beräkna y' i de punkter där $x = 0$.

4. Beräkna $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + x/2 - \sqrt{1+x}}{x^2}$ (3p)

5. Bestäm A , B så att funktionen $y(x) = (Ax^2 + Bx)e^{-2x}$ uppfyller sambandet (3p)
 $y''(x) - 4y(x) = xe^{-2x}$ för alla x .

6. Ange de reella lösningarna till rotekvationen $\sqrt{x^2 + 4x + 4} = 5 + 2x$. (3p)

7. (a) Bestäm funktionen f så att följande villkor är uppfyllda. (4p)

$$f'(x) = (e^{-2x} - 3)(e^{2x} - 5), \quad f(0) = 1.$$

- (b) Bestäm lokala max/min till f .

Var god vänd!

Överbetygsdelen

Poäng på dessa uppgifter kan inte räknas in för att nå godkäntgränsen.

8. Beräkna antiderivatorna till följande funktioner (4p)

(a) $\frac{1}{1 - \tan^2 x}$

(b) $\frac{x^2 + x^{-1}}{x^3 + x^{-3}}$

9. En sektor av enhetscirkeln bildas av linjerna $y = kx$ och $y = 2kx$ där $k > 0$. För vilket k är cirkelsektorns area maximal? (4p)

10. Låt $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ med $D_f = \mathbb{R} =$ mängen av alla reella tal. (4p)

(a) Visa att f är inverterbar.

(b) Finn den inversa funktionens derivata, d.v.s. finn $(f^{-1})'(x)$.

1. Till nedanstående uppgifter skall lösningar redovisas, samt svar anges, på anvisad plats (endast lösningar och svar på detta blad, och på anvisad plats, beaktas).

- (a) Bestäm med hjälp av derivatans definition $f'(x)$ då $f(x) = \frac{x+1}{x}$. (2p)

Lösning:

Svar:

- (b) Bestäm lokala max/min till funktionen $f(x) = 12x + 12x^2 - x^3$. (3p)

Lösning:

Svar:

- (c) Lös ekvationen $2|x+1| = 5 + 4x$. (3p)

Lösning:

Svar:

Var god vänd!

- (d) Ange den antiderivata till $f(x) = \frac{1}{x\sqrt{x}} - \frac{4}{x^3}$ som uppfyller $F(1) = 0$. (2p)

Lösning:

Svar:

- (e) Låt $g(x) = \frac{x+1}{x}$ och $f(x) = \frac{x+4}{1-3x}$. Bestäm inversen till funktionen $f(g(x))$. (3p)

Lösning:

Svar:

- (f) Bestäm ekvationen för tangenten till f 's graf i punkten där $x = \pi/2$ för funktionen $f(x) = (x - \pi) \cos(2x)$. Ange också tangentens skärningspunkt med x -axeln. (3p)

Lösning:

Svar: