

## MVE535/415 Matematisk Analys, Del 1

### Övningstenta

Tentan rättas och bedöms anonymt. **Skriv tentamenskoden tydligt på placeringlista och samtliga inlämnade papper.** Fyll i omslaget ordentligt.

Betygsgränser: 3: 23-31 p, 4: 32-40, 5: 41-50.

Lösningar läggs ut på kursens webbsida första vardagen efter tentamensdagen. Resultat meddelas via Ladok ca. 15 arbetsdagar efter tentamenstillfället.

---

1. Denna uppgift omfattar 12 p och finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. **Lösgör bladet och lämna in det som blad 1 tillsammans med övriga lösningar.**

Till följande uppgifter skall fullständiga lösningar inlämnas. **Endast svar ger inga poäng.** Motivera och förklara så väl du kan.

2. (a) Visa att  $f(x) = x^7 + x^5 + 3x$  är inverterbar och beräkna  $(f^{-1})'(5)$ . (2 p)

- (b) För vilka reella konstanter  $a$ ,  $b$  och  $c$  gäller att funktionen (3 p)

$$f(x) = \frac{x-a}{bx-c} \quad D_f = \{x \in \mathbb{R}; bx \neq c\}$$

är sin egen invers, dvs  $f^{-1}(x) = f(x)$  för alla  $x \in D_f$ ?

3. Bestäm konstanterna  $a$  och  $b$  så att funktionen (5 p)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\tan(4x)}{\sin(2x)} & \text{om } x < 0, \\ ax + b & \text{om } 0 \leq x \leq 1, \\ \frac{x-1}{\sqrt{3x+1}-\sqrt{x+3}} & \text{om } 1 < x \end{cases}$$

blir kontinuerlig.

4. Rita grafen till funktionen, (6 p)

$$f(x) = \frac{x}{\ln(x)}.$$

5. Bestäm det största och det minsta värdet av funktionen  $f(x) = e^{-x} \sin(x)$  på intervallet  $[0, 2\pi]$ . Bestäm även alla inflektionspunkter på detta intervall. (6 p)

**Var god vänd!**

6. Bestäm definitions- och värdemängden för funktionen, (5 p)

$$f(x) = \frac{1}{x} + 2 \ln(x + 1).$$

7. Bestäm på vilka intervall funktionen (5 p)

$$f(x) = \arctan((x - 1)^2)$$

är växande respektive avtagande, samt på vilka intervall funktionen är konvex respektive konkav.

8. Hur många lösningar har ekvationen, (6 p)

$$x^{1/x} = C, \quad x > 0$$

för olika värden på konstanten  $C$ ?

Lycka till!

/Hossein

Anonym kod	MVE535/415 Matematisk Analys, Del 1 2019-03-21	Poäng
------------	--	-------

1. Till nedanstående uppgifter skall korta lösningar redovisas, samt svar anges, på anvisad plats (endast lösningar och svar på detta blad, och på anvisad plats, beaktas).

- (a) Bestäm alla reella tal  $x$  sådana att  $|5x + 2| < 5$ . (2 p)

**Lösning:**

Svar: .....

- (b) Lös ekvationen, (2 p)

$$2\log_3(x) + \log_9(x) = 10.$$

**Lösning:**

Svar: .....

- (c) Beräkna gränsvärdet  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{9x^2 - 5x + 2}}{\sqrt[3]{8 + x^3}}$  (2 p)

**Lösning:**

Svar: .....

(d) Bestäm  $f'(\frac{1}{2})$  då  $f(x) = \cos(\arctan(2x))$ . (2 p)

**Lösning:**

**Svar:** .....

(e) Bestäm normallinjen till kurvan, (2 p)

$$2x + y - \sqrt{2} \sin(xy) = \frac{\pi}{2}$$

i punkten  $(\frac{\pi}{4}, 1)$ .

**Lösning:**

**Svar:** .....

(f) Bestäm en primitiv funktion (antiderivata) till  $f(x) = 4 + \sin(x) + \tan^2(x)$ . (2 p)

**Lösning:**

**Svar:** .....

# Facit

- $x \in (-\frac{7}{5}, \frac{3}{5})$
  - $x = 81$
  - $-3$
  - $-\frac{1}{\sqrt{2}}$
  - $y = \frac{4-\pi}{4}x - \frac{\pi(4-\pi)}{16} + 1$
  - $3x - \cos(x) + \tan(x)$
- $(f^{-1})'(5) = \frac{1}{15}$
  - $a, b \in \mathbb{R}, c = 1$  eller  $a = 0, b = 0, c = -1$
- $a = 0, b = 2$
- Plotta i något program (t.ex. Wolfram alpha)
- $\frac{e^{-\pi/4}}{\sqrt{2}}$  globalt max,  $-\frac{e^{-5\pi/4}}{\sqrt{2}}$  globalt min,  $x = \frac{\pi}{2}$  och  $x = \frac{3\pi}{2}$  inflektionspunkter
- $D_f = (-1, 0) \cup (0, \infty), V_f = (-\infty, -2 - 2\ln(2)] \cup [1 + 2\ln(2), \infty)$
- växande på  $[1, \infty)$ , avtagande på  $(-\infty, 1]$ , konvex på  $[1 - 3^{-1/4}, 1 + 3^{-1/4}]$ , konkav på  $(-\infty, 1 - 3^{-1/4}] \cup [1 + 3^{-1/4}, \infty)$
- 1 lösning då  $C \in (0, 1] \cup \{e^{1/e}\}$ , 2 lösningar då  $C \in (1, e^{1/e})$ , inga lösningar då  $C \in (-\infty, 0] \cup (e^{1/e}, \infty)$