

MVE535/415 Matematisk Analys, Del 1

Tentan rättas och bedöms anonymt. **Skriv tentamenskoden tydligt på placeringlista och samtliga inlämnade papper.** Fyll i omslaget ordentligt.

Betygsgränser: 3: 20-29 p, 4: 30-39, 5: 40-50.

Lösningar läggs ut på kursens webbsida första vardagen efter tentamensdagen. Resultat meddelas via Ladok ca. 15 arbetsdagar efter tentamenstillfället.

1. Denna uppgift omfattar 12 p och finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. **Lösgör bladet och lämna in det som blad 1 tillsammans med övriga lösningar.**

Till följande uppgifter skall fullständiga lösningar inlämnas. **Endast svar ger inga poäng.** Motivera och förklara så väl du kan.

2. Beräkna följande gränsvärden:

(a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x + \sqrt{x^2 - 6x + 5}$ (2 p)

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\cos(x) - 1}$ (2 p)

(c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{5}{x}\right)^{2x}$ (2 p)

3. Beräkna derivatan av funktionen (4 p)

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$$

med hjälp av derivatans definition.

4. Rita grafen till funktionen, (6 p)

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^3}.$$

5. När en burk läsk tas ut från kylen har den temperaturen 5°C . Efter en halvtimme i ett rum där rumstemperaturen är 20°C , har burken temperaturen 10°C . Hur lång tid efter att den har tagits ut ur kylen kommer burken att ha temperaturen 15°C ? (Förenkla svaret så lång som möjligt.) (5 p)

Var god vänd!

6. Bestäm definitions- och värdemängden till funktionen (5 p)

$$f(x) = e^{-x^2-x} \sqrt{2x+1}.$$

7. Hur många lösningar har ekvationen, (6 p)

$$\ln(x) + 2x - Cx = 0,$$

för olika värden på konstanten C ?

8. Låt

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x^2} & \text{om } x \geq 0, \\ \arctan\left(\frac{1}{x}\right) & \text{om } x < 0. \end{cases}$$

- (a) Visa att f är inverterbar. (4 p)

- (b) Bestäm $D_{f^{-1}}$ och $V_{f^{-1}}$. (2 p)

Lycka till!
/Hossein

Anonym kod	MVE535/415 Matematisk Analys, Del 1 2019-06-12	Poäng
------------	--	-------

1. Till nedanstående uppgifter skall korta lösningar redovisas, samt svar anges, på anvisad plats (endast lösningar och svar på detta blad, och på anvisad plats, beaktas).

(a) Lös ekvationen, $2|x + 2| = 7 + 3x$. (2 p)

Lösning:

Svar:

(b) Lös ekvationen, $2 \ln(x + 1) = \ln(2) + \ln(x + 5)$. (2 p)

Lösning:

Svar:

(c) Bestäm centrum och radie till cirkeln $x^2 - 8x + y^2 + 10y = -35$. (2 p)

Lösning:

Svar:

- (d) Beräkna derivatan av $f(x) = -\frac{2}{\sqrt{3}} \arctan\left(\frac{x+2}{x\sqrt{3}}\right)$ och förenkla resultatet så långt som möjligt. (2 p)

Lösning:

Svar:

- (e) Funktionen $y(x)$ uppfyller ekvationen $(x-1)y^3 + y^2 - xy = 0$ och man vet att $y(1) > 0$. Bestäm $y'(1)$. (2 p)

Lösning:

Svar:

- (f) Bestäm en primitiv funktion (antiderivata) till $f(x) = \frac{x}{\sqrt[3]{x^2+1}}$. (2 p)

Lösning:

Svar: