

MVE535/415 Matematisk Analys, Del 1

Tentan rättas och bedöms anonymt. **Skriv tentamenskoden tydligt på placeringlista och samtliga inlämnade papper.** Fyll i omslaget ordentligt.

Betygsgränser: 3: 20-29 p, 4: 30-39, 5: 40-50.

Lösningar läggs ut på kursens webbsida första vardagen efter tentamensdagen. Resultat meddelas via Ladok ca. 15 arbetsdagar efter tentamenstillfället.

1. Denna uppgift omfattar 12 p och finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. **Lösgör bladet och lämna in det som blad 1 tillsammans med övriga lösningar.**

Till följande uppgifter skall fullständiga lösningar inlämnas. **Endast svar ger inga poäng.** Motivera och förklara så väl du kan.

2. (a) Bestäm definitionsmängden till $f(x) = \sqrt{(1-x)(x+5)}$. (2 p)
(b) Lös ekvationen (3 p)

$$3 - \sqrt{x-1} = \sqrt{4x+5}.$$

3. Bestäm på vilka intervall funktionen (6 p)

$$f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1}$$

är växande respektive avtagande, samt på vilka intervall funktionen är konvex respektive konkav.

4. Rita grafen till funktionen, (5 p)

$$f(x) = \frac{e^{3-x}}{x-5}.$$

Konvexitet/Konkavitet behöver inte utredas.

5. Bestäm definitions- och värdemängden till funktionen (5 p)

$$f(x) = 1 - \frac{1}{x} - \arctan(x).$$

Var god vänd!

6. Avgör om följande påståenden är sanna eller falska. Någon motivering ska inte ges. 1 poäng för varje korrekt svar, -1 poäng för varje felaktigt svar. Dock inte mindre än 0 poäng totalt.

(a) $\arccos\left(\sqrt{3}\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right) = \frac{\pi}{3}$

(b) Olikheten $\ln(1+x) \leq x$ gäller för alla reella tal $x > -1$.

(c) Funktionerna $f(x) = \ln((x-2)(x-5))$ och $g(x) = \ln(x-2) + \ln(x-5)$ har *inte* samma definitionsmängd.

(d) Om f är två gånger deriverbar och har ett lokalt minimum i $x = 0$, så måste $f''(0) < 0$.

(e) Om $f'(x) > 1$ för alla reella tal x , så är f inverterbar och $(f^{-1})'(x) < 1$ för alla x .

(f) För funktionen $f(x) = x^4 - 2x^3 - 4x^2 + 20x$ finns det åtminstone en punkt c i intervallet $(1, 2)$ med $f'(c) = 11$.

7. Funktionen $y(x)$ uppfyller ekvationen $xy + e^{x+y} = 0$.

(a) Beräkna en kritisk punkt till $y(x)$. (2 p)

(b) Klassificera den kritiska punkten i (a). (3 p)

8. Bestäm det största och det minsta värdet av funktionen (6 p)

$$f(x) = x^3 - 12|x| + 1$$

på intervallet $[-1, 3]$.

Lycka till!

/Hossein

Anonym kod	MVE535/415 Matematisk Analys, Del 1 2019-08-27	Poäng
------------	--	-------

1. Till nedanstående uppgifter skall korta lösningar redovisas, samt svar anges, på anvisad plats (endast lösningar och svar på detta blad, och på anvisad plats, beaktas).

- (a) Bestäm alla reella tal x sådana att $|3x + 2| < 3$. (2 p)

Lösning:

Svar:

- (b) Lös ekvationen, (2 p)

$$\ln(3) - \ln(x) = \ln(x - 4) - \ln(15).$$

Lösning:

Svar:

- (c) Beräkna gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos(3x))}{\ln(\cos(2x))}$. (2 p)

Lösning:

Svar:

(d) Funktionen $f(x) = \ln(\sqrt{1+x^3})$ är inverterbar då $x > -1$. Bestäm $(f^{-1})'(\ln(3))$. (2 p)

Lösning:

Svar:

(e) Bestäm $f'(0)$ då $f(x) = 3 \sin(x + \tan(2x))$. (2 p)

Lösning:

Svar:

(f) Bestäm en primitiv funktion (antiderivata) till $f(x) = \frac{x^2}{x^2+1}$. (2 p)

Lösning:

Svar: