

MVE535/415 Matematisk Analys, Del 1

Tentan rättas och bedöms anonymt. **Skriv tentamenskoden tydligt på placeringlista och samtliga inlämnade papper.** Fyll i omslaget ordentligt.

Betygsgränser: 3: 23-31 p, 4: 32-40, 5: 41-50.

Lösningar läggs ut på kursens webbsida första vardagen efter tentamensdagen. Resultat meddelas via Ladok ca. 15 arbetsdagar efter tentamenstillfället.

1. Denna uppgift omfattar 12 p och finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. **Lösgör bladet och lämna in det som blad 1 tillsammans med övriga lösningar.**

Till följande uppgifter skall fullständiga lösningar inlämnas. **Endast svar ger inga poäng.** Motivera och förklara så väl du kan.

2. Beräkna derivatan av följande funktioner och förenkla resultatet så långt som möjligt.

(a) $\frac{\ln(x^2 - 1)}{x}$ (2 p)

(b) $\frac{1}{\arcsin(x^2)}$ (2 p)

(c) $\frac{2}{3} \arctan\left(\frac{1}{3} \tan\left(\frac{x}{2}\right)\right)$ (2 p)

3. Kurvan $y = x^2$ har två tangenter som går genom punkten $(2, 3)$. Bestäm ekvationen för dessa tangenter. (4 p)

4. Rita grafen till funktionen, (6 p)

$$f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 1}.$$

5. En triangel har ett hörn i punkten $(0, 1/2)$. Motstående sida är parallell med y -axeln. Hur stor kan triangelns area vara om hela triangeln ryms inom enhetscirkeln $x^2 + y^2 \leq 1$? (6 p)

Var god vänd!

6. I vilken punkt på grafen till funktionen, (6 p)

$$f(x) = \frac{6}{x^2 + 3}$$

har tangenten minst lutning?

7. Hur många lösningar har ekvationen, (6 p)

$$x^x = C, \quad x > 0$$

för olika värden på konstanten C ?

8. (a) Skriv ned definitionen av att en funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ är *injektiv*. (1 p)

- (b) Visa att (3 p)

$$\cos \left(\arctan \left(\sin \left(\frac{\pi}{2} - \arctan(x) \right) \right) \right) = \frac{\sqrt{1+x^2}}{\sqrt{2+x^2}}.$$

Lycka till!

/Hossein

Anonym kod	MVE535/415 Matematisk Analys, Del 1 2019-03-21	Poäng
------------	--	-------

1. Till nedanstående uppgifter skall korta lösningar redovisas, samt svar anges, på anvisad plats (endast lösningar och svar på detta blad, och på anvisad plats, beaktas).

(a) Bestäm alla reella tal x sådana att $\frac{x^2 + 1}{x - 1} \leq x$. (2 p)

Lösning:

Svar:

(b) Förenkla (så långt som möjligt), (2 p)

$$2 \log_{10}(5) - \frac{\ln(5)}{\ln(10)} - 2 \log_{100}(50) + \ln(e^2) - e^{\ln(3)}.$$

Lösning:

Svar:

(c) Bestäm transversal- och brännpunkterna till ellipsen $2x^2 + 8y^2 = 72$. (2 p)

Lösning:

Svar:

- (d) Beräkna derivatan av $f(x) = 4\sqrt{x} + 3$ med hjälp av derivatans definition. (2 p)

Lösning:

Svar:

- (e) Bestäm normalinjen till kurvan, (2 p)

$$y \cos(x) = 1 + \sin(xy)$$

i punkten $(0, 1)$.

Lösning:

Svar:

- (f) Bestäm en primitiv funktion (antiderivata) till $f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x^3 + 4}}$. (2 p)

Lösning:

Svar: