

MVE415b Matematisk Analys DI1/EI1

För godkänt på tentan krävs 23 poäng på tentamens första del (godkäntdelen). Bonuspoäng från duggor 2015 räknas med, men maximal poäng på denna del är 38 och bonuspoäng kan bara användas för att få godkänt. För betyg 4 krävs 33 poäng, varav minst 4 poäng på andra delen av tentan. För betyg 5 krävs 43 poäng sammanlagt, varav minst 6 poäng på andra delen av tentan. Redovisa dina lösningar tydligt så att tankegångarna blir lätta att följa.

Del 1: Godkäntdelen

1. Denna uppgift finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. Detta blad inlämnas tillsammans med övriga lösningar. (14p)

2. Beräkna arean av det område som begränsas av $y = x$ och $y^2 = x$. Rita också upp området. (4p)

3. Beräkna integralen (5p)

$$\int \frac{x^2 - 2x - 1}{(x - 1)(x^2 + 1)} dx.$$

4. Approximera integralen (4p)

$$\int_{-\pi/4}^{\pi/2} \sin^2(x) dx$$

med hjälp av trapetsmetoden med tre delintervall. Rita också upp en (ungefärlig) bild över arean som approximeras.

5. Lös differentialekvationen (5p)

$$y'' - y = x, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 2.$$

6. Antag att propellern på en båt driver den framåt med konstant acceleration, men att båten samtidigt bromsas av en deceleration (acceleration åt motsatt håll) som är proportionell mot kvadraten på båtens fart. Skriv upp en differentialekvation som båtens fart uppfyller. Obs, du behöver inte lösa ekvationen. (2p)

7. Bevisa formeln (4p)

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a),$$

där $F(x)$ är en primitiv funktion till $f(x)$, med hjälp av analysens huvudsats.

Var god vänd!

Del 2: Överbetygsdelen

Poäng på dessa uppgifter kan inte räknas in för att nå godkäntgränsen. Redovisa dina lösningar tydligt så att tankegångarna blir lätta att följa.

8. Är den generaliserade integralen

$$\int_1^{\infty} \frac{1}{\sqrt{x}e^x} dx \quad (4p)$$

divergent eller konvergent? Du behöver inte beräkna värdet om den är konvergent.

9. Beräkna integralen

$$\int \frac{x}{x^2 + 2x + 3} dx. \quad (4p)$$

10. Bevisa analysens huvudsats, det vill säga, bevisa att om

$$F(x) = \int_a^x f(t) dt \quad (4p)$$

så är $F'(x) = f(x)$.

Lycka till!
Elin Götmark

Anonym kod	MVE415b Matematisk Analys 4 juni 2015	sid.nummer 1	Poäng
------------	--	------------------------	-------

1. Till nedanstående uppgifter skall korta lösningar redovisas, samt svar anges, på anvisad plats (endast lösningar och svar på detta blad, och på anvisad plats, beaktas).

(a) Beräkna integralen $\int_{-1}^1 x \cos(x^4) dx$. (2p)

Lösning:

Svar:

(b) Lös differentialekvationen $y' - 2xy^2 = 0$. (2p)

Lösning:

Svar:

(c) Beräkna integralen (3p)

$$\int_{\pi/2}^{\pi} \cos^2(x) dx.$$

Lösning:

Svar:

Var god vänd!

(d) Beräkna integralen

(2p)

$$\int_{-1}^0 \frac{1}{\sqrt{x+1}} dx$$

om den är konvergent.

Lösning:

Svar:

(e) Beräkna integralen

(2p)

$$\int 2x \cos(2x) dx.$$

Lösning:

Svar:

(f) Lös differentialekvationen $y' = 2y + 2$.

(3p)

Lösning:

Svar: