

MVE415b Matematisk Analys DI1/EI1

För godkänt på tentan krävs 23 poäng på tentamens första del (godkäntdelen). Bonuspoäng från duggor 2015 räknas med, men maximal poäng på denna del är 38 och bonuspoäng kan bara användas för att få godkänt. För betyg 4 krävs 33 poäng, varav minst 4 poäng på andra delen av tentan. För betyg 5 krävs 43 poäng sammanlagt, varav minst 6 poäng på andra delen av tentan. Redovisa dina lösningar tydligt så att tankegångarna blir lätta att följa.

Del 1: Godkäntdelen

1. Denna uppgift finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. Detta blad inlämnas tillsammans med övriga lösningar. (14p)

2. Beräkna arean av det område som begränsas av $y = \sqrt{x}$, $y = -x + 6$ och x -axeln. Rita också upp området. (5p)

3. Beräkna den generaliserade integralen (4p)

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{1+x^2} dx,$$

om den är konvergent.

4. Approximera integralen (4p)

$$\int_0^3 \frac{1}{1+x} dx$$

med hjälp av mittpunktsmetoden med tre delintervall. Rita också upp en (ungefärlig) bild över arean som approximeras.

5. Lös differentialekvationen (5p)

$$y'' + 2y' + 5y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = -1.$$

6. Vi har en två meter hög tank som är full med vatten, och öppnar en kran längst ner. Då minskar vattendjupet med en hastighet som är proportionell mot roten ur vattendjupet. Skriv upp en differentialekvation och ett begynnelsevillkor som uttrycker detta samband. Obs, du behöver inte lösa ekvationen. (2p)

7. Skriv upp och bevisa formeln för partiell integration av obestämda integraler. (4p)

Var god vänd!

Del 2: Överbetygsdelen

Poäng på dessa uppgifter kan inte räknas in för att nå godkänthgränsen. Redovisa dina lösningar tydligt så att tankegångarna blir lätta att följa.

8. Beräkna integralen

$$\int_0^{3/\sqrt{2}} \frac{x^3}{\sqrt{9-x^2}} dx. \quad (4p)$$

9. Hitta en partikulärlösning till

$$y'' - 4y' + 4y = e^{2x}. \quad (4p)$$

10. Definiera vad som menas med en bestämd integral, och förklara de ingående beteckningarna. (4p)

Lycka till!
Elin Götmark

Anonym kod	MVE415b Matematisk Analys 18 augusti 2015	sid.nummer 1	Poäng
------------	--	------------------------	-------

1. Till nedanstående uppgifter skall korta lösningar redovisas, samt svar anges, på anvisad plats (endast lösningar och svar på detta blad, och på anvisad plats, beaktas).

- (a) Beräkna integralen $\int x \arctan(x) dx$. (2,5p)
Lösning:

Svar:

- (b) Lös differentialekvationen $y' = e^{x+y}$. (2p)
Lösning:

Svar:

- (c) Beräkna integralen (2,5p)

$$\int_1^{e^\pi} \frac{\cos(\ln(x))}{x} dx.$$

Lösning:

Svar:

Var god vänd!

(d) Vad ska du ansätta om du vill göra en partialbråksuppdelning av

(2p)

$$\frac{x^2 + 2}{(x^2 + 1)(x^2 - 1)}?$$

Lösning:

Svar:

(e) Beräkna integralen

(2p)

$$\int_0^1 \frac{x^3}{x+1} dx.$$

Lösning:

Svar:

(f) Lös differentialekvationen $y' + y/x + \sqrt{x} = 0$ för $x > 0$.

(3p)

Lösning:

Svar: