

MVE415b Matematisk Analys DI1/EI1

För godkänt på tentan krävs 23 poäng på tentamens första del (godkäntdelen). Bonuspoäng från dugga 2017 räknas med, men maximal poäng på denna del är 38 och bonuspoäng kan bara användas för att få godkänt. För betyg 4 krävs 33 poäng, varav minst 4 poäng på andra delen av tentan. För betyg 5 krävs 43 poäng sammanlagt, varav minst 6 poäng på andra delen av tentan. Redovisa dina lösningar tydligt så att tankegångarna blir lätta att följa.

Del 1: Godkäntdelen

1. Denna uppgift finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. Detta blad inlämnas tillsammans med övriga lösningar. (14p)
2. Skissa det begränsade område som begränsas av positiva x-axeln och graferna till funktionerna $y = 2x$ och $y = 3 - x^2$. Beräkna arean av det inneslutna området. (4p)
3. Beräkna följande bestämda och obestämda integraler: (1+1+2+2+2p)
a) $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx$, b) $\int_{-4}^4 e^x - e^{-x} dx$, c) $\int \frac{1}{e^x + 1} dx$, d) $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos t}{(2 + \sin t)^2} dx$, e) $\int x \cos x dx$.
4. Lös följande ODE: a) $y' - \frac{1}{x}y = x$, b) $y' = y^2$, $y(0) = 0$. (2+2p)
5. Lös differentialekvationen (4p)
$$y'' + 7y' + 10y = e^x.$$
6. Formulera och bevisa satsen om integration av udda och jämna funktioner. (4p)

Var god vänd!

Del 2: Överbetygsdelen

Poäng på dessa uppgifter kan inte räknas in för att nå godkänthgränsen. Redovisa dina lösningar tydligt så att tankegångarna blir lätta att följa.

7. Beräkna $\int \sqrt{1-x^2} dx$. (3p)

8. Beräkna $\int \frac{x^3 + 4x^2 + 5x + 1}{x^2 + 4x + 5} dx$. (3p)

9. Härled, bevisa, och ange iterationsformeln i Eulers metod för approximation av lösningen till begynnelsevärdesproblemet för ODE:n $y' = f(x, y)$, där $y(x_0) = y_0$, och f är en given funktion och x_0 och y_0 är givna tal. (3p)

10. En behållare på 1000 liter är fylld med vatten och 50 kg salt; upplöst och välblandat i behållaren. Behållaren tillförs 10 liter per minut av en vattenblandning innehållande 10 gram salt per liter. Samtidigt avtappas från behållarens välblandade vatten 10 liter per minut; så att behållarens innehåll hela tiden är konstant 1000 liter. Hur mycket salt innehåller behållaren efter 40 minuter? (3p)

Anonym kod	MVE415b Matematisk Analys 2 juni 2017	sid.nummer 1	Poäng
------------	--	------------------------	-------

1. Till nedanstående uppgifter skall korta lösningar redovisas, samt svar anges, på anvisad plats (endast lösningar och svar på detta blad, och på anvisad plats, beaktas).

(a) Beräkna integralen $\int_0^{1/2} \frac{1}{\sqrt{1-4x^2}} dx$. (2p)

Lösning:

Svar:

(b) Lös differentialekvationen $y' = 2y + 1$. (2p)

Lösning:

Svar:

(c) Beräkna integralen $\int \cos^3 x dx$. (3p)

Lösning:

Svar:

Var god vänd!

(d) Beräkna integralen $\int x e^x dx$. (2p)

Lösning:

Svar:

(e) Beräkna integralen $\int_{\pi/4}^{\pi} \cos^2 x dx$. (2p)

Lösning:

Svar:

(f) Lös differentialekvationen $3y'' - 5y' + 2y = x + 1$. (3p)

Lösning:

Svar: