

## MVE545, Matematisk Analys, del2, D11/E11

För godkänt på tentan krävs 23 poäng på tentamens första del (godkäntdelen). Bonuspoäng från dugga 2018 räknas med, men maximal poäng på denna del är 38 och bonuspoäng kan bara användas för att få godkänt. För betyg 4 krävs 33 poäng, varav minst 4 poäng på andra delen av tentan. För betyg 5 krävs 43 poäng sammanlagt, varav minst 6 poäng på andra delen av tentan. Redovisa dina lösningar tydligt så att tankegångarna blir lätta att följa.

---

## Del 1: Godkäntdelen

1. Denna uppgift finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. Detta blad inlämnas tillsammans med övriga lösningar. (14p)
2. Skissa det ändliga område som begränsas av x-axeln och grafen till funktionen  $y = x^2 - 2x - 3$  (kvadratkomplettera för att enkelt se grafen; man ser bland annat att området består av punkter  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  där  $-1 < x < 3$  och  $y < 0$ ). Beräkna arean av det inneslutna området. (4p)
3. Beräkna följande integraler: (1+1+2+2+2p)  
a)  $\int \frac{1}{1+x^2} dx$ , b)  $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx$ , c)  $\int_0^{2\sqrt{2}} \frac{x}{x^2+1} dx$ , d)  $\int \tan x dx$ , e)  $\int e^{\sqrt{x}} dx$ .
4. Lös följande ODE: a)  $y' + y = e^{-x}$ , b)  $y' = y^2$ ,  $y(0) = 0$ . (2+2p)
5. Lös differentialekvationen  $y'' + 7y' + 10y = e^x$ . (4p)
6. Lös differentialekvationen  $y'' + 7y' + 10y = e^{-2x}$ ; eller formulera och bevisa formeln för partialintegration, PI. (4p)

Var god vänd!

## Del 2: Överbetygsdelen

Poäng på dessa uppgifter kan inte räknas in för att nå godkänthgränsen. Redovisa dina lösningar tydligt så att tankegångarna blir lätta att följa.

7. Partialbråksuppdelning  $\frac{2x^2 + x - 3}{x^3 + 4x^2 + 5x + 2}$ . (3p)

8. Lös ODE:n  $y'' - y' = x$ . (3p)

9. Formulera och bevisa integral- och differentialkalkylens huvudsats; bägge delarna. (3p)

10. Avgör om integralen  $\int_0^{\infty} \frac{x}{x^{3/2} + x^{5/2}} dx$  är konvergent eller divergent. Förklara utförligt. (3p)

VA

1. Till nedanstående uppgifter skall korta lösningar redovisas, samt svar anges, på anvisad plats (endast lösningar och svar på detta blad, och på anvisad plats, beaktas).

(a) Beräkna integralen  $\int_0^{\pi/10} \cos(5x) dx$ . (2p)

**Lösning:**

**Svar:** .....

(b) Beräkna integralen  $\int \frac{1}{\sqrt{1+4x^2}} dx$ . (2p)

**Lösning:**

**Svar:** .....

(c) Lös differentialekvationen  $y' + y = 1$ . (2p)

**Lösning:**

**Svar:** .....

(d) Beräkna integralen  $\int 1 + \tan^2 x dx$ . (2p)

**Lösning:**

**Svar:** .....

Var god vänd!

(e) Beräkna integralen  $\int \cos^3 x \, dx$ . (2p)

**Lösning:**

**Svar:** .....

(f) Lös differentialekvationen  $y'' - 6y' + 5y = x$ . (2p)

**Lösning:**

**Svar:** .....

(g) Beräkna integralen  $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{\sin(3x)}{4x^2 + 1} \, dx$ . (2p)

**Lösning:**

**Svar:** .....