

MVE415b Matematisk Analys DI1/EI1

För godkänt på tentan krävs 23 poäng på tentamens första del (godkäntdelen). Bonuspoäng från dugga 2017 räknas med, men maximal poäng på denna del är 38 och bonuspoäng kan bara användas för att få godkänt. För betyg 4 krävs 33 poäng, varav minst 4 poäng på andra delen av tentan. För betyg 5 krävs 43 poäng sammanlagt, varav minst 6 poäng på andra delen av tentan. Redovisa dina lösningar tydligt så att tankegångarna blir lätta att följa.

Del 1: Godkäntdelen

1. Denna uppgift finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. Detta blad inlämnas tillsammans med övriga lösningar. (14p)
2. Skissa en figur och beräkna arean av det begränsade område som innesluts av graferna till funktionerna $y = x$ och $y = x^2$. (4p)
3. Beräkna följande integraler: (1+1+2+2+2p)
a) $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx$, b) $\int \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} dx$, c) $\int \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} dx$, d) $\int \frac{1}{x+x^2} dx$, e) $\int \tan x dx$.
4. Lös följande ODE: a) $y' + xy = x$, b) $y' = \frac{6x^2}{2y + \cos y}$. (2+2p)
5. Lös differentialekvationen (4p)
$$y'' + 7y' + 10y = e^x.$$
6. Bevisa att om funktionen $f(x)$ är kontinuerlig på ett intervall I och $a, x \in I$ så gäller att $F(x) \equiv \int_a^x f(t) dt$ uppfyller $F'(x) = f(x)$. (4p)

Var god vänd!

Del 2: Överbetygsdelen

Poäng på dessa uppgifter kan inte räknas in för att nå godkäntgränsen. Redovisa dina lösningar tydligt så att tankegångarna blir lätta att följa.

7. Beräkna $\int \cos \sqrt{x} dx$. (3p)
8. Lös $y'' - 5y' + 6y = e^{2x}$. (3p)
9. I en elektrisk krets ingår i seriekoppling en strömkälla om 60V, en resistans om 12Ω (som alltså ger ett spänningsfall på $12I$ där $I(t)$ är strömmen i kretsen vid tiden t), en spole med impedans $4H$ (som alltså ger ett spänningsfall om $4I'(t)$) och en strömbrytare. Ställ upp (med hjälp av Kirchoffs lagar) en ODE för strömmen $I(t)$ och lös denna om strömbrytaren sluts vid tiden $t=0$, så att då kretsen blir strömförande. Använd denna lösning för att finna strömmens storlek vid jämviktstillståndet; det vill säga, efter 'oändligt' lång tid. Finn också enkelt (utan att lösa någon differentialekvation) denna jämviktsström genom att resonera i fysikaliska termer. (3p)
10. En behållare på 1000 liter är fylld med vatten och 50 kg salt; upplöst och välblandat i behållaren. Behållaren tillförs 10 liter per minut av en vattenblandning innehållande 10 gram salt per liter. Samtidigt avtappas från behållarens välblandade vatten 10 liter per minut; så att behållarens innehåll hela tiden är konstant 1000 liter. Hur mycket salt innehåller behållaren efter 40 minuter? (3p)

Anonym kod	MVE415b Matematisk Analys 15:e augusti 2017	sid.nummer 1	Poäng
------------	--	------------------------	-------

1. Till nedanstående uppgifter skall korta lösningar redovisas, samt svar anges, på anvisad plats (endast lösningar och svar på detta blad, och på anvisad plats, beaktas).

(a) Beräkna integralen $\int_0^{1/2} \frac{1}{4x^2 + 1} dx$. (2p)

Lösning:

Svar:

(b) Lös differentialekvationen $y' = -y$. (2p)

Lösning:

Svar:

(c) Beräkna $\int x \cos x dx$. (3p)

Lösning:

Svar:

Var god vänd!

(d) Beräkna integralen $\int_{\pi/4}^{\pi/2} \cos^2 x \, dx$. (2p)

Lösning:

Svar:

(e) Beräkna integralen $\int \cos^3 x \, dx$. (2p)

Lösning:

Svar:

(f) Lös differentialekvationen $3y'' - y' - 2y = 1$. (3p)

Lösning:

Svar: