MATEMATIK
Chalmers tekniska högskola
Tentamen

Inga hjälpmedel
Datum: 2 juni 2018 kl. 8.30-12.30
Telefonvakt: Carl Lundholm
ankn 6792, 031-7726792

MVE545, Matematisk Analys, del2, Dl1/El1

För godkänt på tentan krävs 23 poäng på tentamens första del (godkäntdelen). Bonuspoäng från dugga 2018 räknas med, men maximal poäng på denna del är 38 och bonuspoäng kan bara användas för att få godkänt. För betyg 4 krävs 33 poäng, varav minst 4 poäng på andra delen av tentan. För betyg 5 krävs 43 poäng sammanlagt, varav minst 6 poäng på andra delen av tentan. Redovisa dina lösningar tydligt så att tankegångarna blir lätta att följa.

Del 1: Godkäntdelen

1. Denna uppgift finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. Detta blad inlämnas tillsammans med övriga lösningar. (14p)

2. Till vilken/vilka (om någon överhuvudtaget) av följande tre differentialekvationer, är funktionen $y = y(x) = x^2 + x \ln x$ en lösning: (4p)

(a) $y' = \dfrac{y}{x} + x + 1$,

(b) $yy' = (\ln x)^2 + 1$,

(c) $x^2 y'' - xy' + y = x^2$.

3. Beräkna följande bestämda och obestämda integraler: (1+1+2+2+2p)

a) $\displaystyle\int \frac{1}{1+4x^2}\,dx$, b) $\displaystyle\int \frac{1}{\cos^2 x}\,dx$, c) $\displaystyle\int_0^{2\sqrt{2}} \frac{x}{x^2+1}\,dx$, d) $\displaystyle\int e^{\sqrt{x}}\,dx$, e) $\displaystyle\int e^x \sin x\,dx$.

4. Lös följande ODE: a) $y' + y = x$, b) $y' = y^2 + 1,\ y(0) = 0$. (2+2p)

5. Skissa det ändliga område som begränsas av positiva x-axeln och graferna till funktionerna $y = 2x+1$ och $y = x^2 - \frac{5}{2}x + 1$ (kvadratkomplettera för att enkelt se grafen; man ser bland annat att området består av punkter $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ där både $x > 0$ och $y > 0$). Teckna arean av det inneslutna området med hjälp av integraler; integralerna behöver inte beräknas. (4p)

6. Lös en av differentialekvationerna (4p)

a) $y'' + 7y' + 10y = e^x$,

b) $y'' + 7y' + 10y = e^{3x}$,

eller

c) formulera och bevisa formeln för partialintegration, PI.

Endast ett av problemen a) - c) behöver lösas för uppgiften.

Var god vänd!

Del 2: Överbetygsdelen

Poäng på dessa uppgifter kan inte räknas in för att nå godkäntgränsen. Redovisa dina lösningar tydligt så att tankegångarna blir lätta att följa.

7. I en elektrisk krets är kopplat i serie en strömkälla med en konstant spänning V, en strömbrytare, en resistans om R Ohm och en induktans (spole) om L Henry. Spänningsfallet vid tiden t över resistansen är RI vid en ström $I = I(t)$ i kretsen och spänningsfallet över induktansen är $L\frac{dI}{dt}(t)$. Använd Kirchoffs spänningslag för kretsen för att härleda en ODE som bestämmer strömmen $I(t)$ i kretsen vid tiden t. Lös denna ODE och och visa att det finns en jämviktsström V/R för kretsen (när strömmen i kretsen inte förändras utan är konstant i tiden) som strömmen med tiden närmar sig; d v s visa att $\lim_{t\to\infty} I(t) = V/R$. Ge ett enkelt 'fysikaliskt' argument för att denna jämviktsström är just V/R. (4p)

8. Beräkna $\displaystyle\int \frac{1}{x^2 - 3x + 2}\,dx$. (2p)

9. Lös differentialekvationen $y' = y(1 - y)$. (3p)

10. Lös differentialekvationen $y'' + 2y' + 2y = x \sin x$. (3p)

VA

Anonym kod	MVE545, Matematisk Analys, del2, DI1/EI1 2 juni 2018	sid.n 1

1. Till nedanstående uppgifter skall korta lösningar redovisas, samt svar anges, på anvisad plats (endast lösningar och svar på detta blad, och på anvisad plats, beaktas).

(a) Beräkna integralen $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{4+x^2}}\,dx.$ (2p)

Lösning:

Svar: ....

(b) Beräkna integralen $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{1-3x^2}}\,dx.$ (2p)

Lösning:

Svar: ....

(c) Lös differentialekvationen $y' - \dfrac{1}{x}y = x.$ (2p)

Lösning:

Svar: ....

(d) Beräkna integralen $\displaystyle\int \cos^2 x \sin x\,dx.$ (2p)

Lösning:

Svar: ....

Var god vänd!

(e) Beräkna integralen $\int x \cos x \, dx$. (2p)

Lösning:

Svar: ....

(f) Lös differentialekvationen $y'' - 3y' + 2y = x + 1$. (2p)

Lösning:

Svar: ....

(g) Beräkna integralen $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{\sin(3x)}{4x^2 + 1} \, dx$. (2p)

Lösning:

Svar: ....