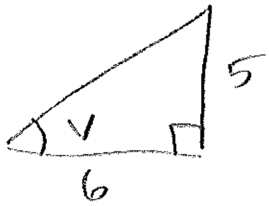
Lösningar Tenta i LNC022

22/8 2016 Elin Gormark

1.) a.)



Minsta vinkeln står mot sidan 5. Den är

$v = \tan^{-1}\left(\frac{5}{6}\right) \approx \underline{\underline{40^\circ}}$

b.) $\cos^{-1}(0{,}2) \approx \pm 78{,}46^\circ$. Vi väljer lösningen $-78{,}46^\circ$ eller $360^\circ - 78{,}46^\circ = 281{,}54^\circ$

$\tan(281{,}54^\circ) \approx \underline{\underline{-4{,}9}}$

c.) Längdskalan när vi går från verkligheten till kartan är $\frac{1}{25000}$. Areaskalan är då $\frac{1}{25000^2}$. $1\ km^2 = 1000 \cdot 1000\ m^2 = 1000^2\ m^2$. På kartan är denna area

$$\frac{1000^2}{25000^2} = \frac{\cancel{1000^2}}{25^2 \cdot \cancel{1000^2}} = \frac{1}{625} = 0{,}0016\ m^2 = \underline{\underline{16\ cm^2}}.$$

2.) a.) $\vec{w} = -\vec{u} - \vec{v} = (-2, 3, -1) + (-5, -1, 1) = \underline{\underline{(-7, 2, 0)}}$

b) $\vec{u} - \vec{v} = (2, -3, 1) - (5, 1, -1) = (-3, -4, 2)$

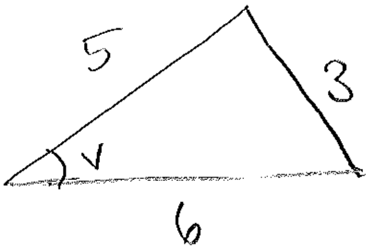
$|\vec{u} - \vec{v}| = \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2 + 2^2} = \sqrt{9 + 16 + 4} = \underline{\underline{\sqrt{29} \approx 5{,}4}}$

(c.) Vinkeln v uppfyller $\cos(v) = \dfrac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|} =$

$$= \frac{(2,-3,1)\cdot(5,1,-1)}{\sqrt{2^2+(-3)^2+1}\cdot\sqrt{5^2+1^2+(-1)^2}} = \frac{10-3-1}{\sqrt{14}\cdot\sqrt{27}}$$

Så $v = \cos^{-1}\left(\dfrac{7}{\sqrt{14}\sqrt{27}}\right) \approx \underline{\underline{69^\circ}}$

(3.)



Vi räknar ut v med cosinussatsen:

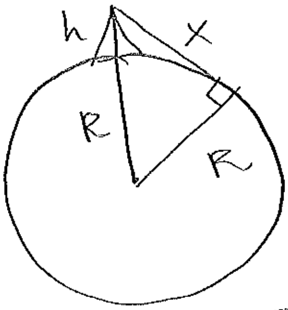
$$\cos(v) = \frac{6^2+5^2-3^2}{2\cdot5\cdot6} = \frac{52}{60}$$

Så $v = \cos^{-1}\left(\dfrac{52}{60}\right) \approx 29,93^\circ$

Då är arean enligt areasatsen:

$$T = \frac{1}{2}\,5\cdot6\cdot\sin(29,93^\circ) \approx \underline{\underline{7,5\ \text{cm}^2}}$$

(4.)



$R = 3390$ km

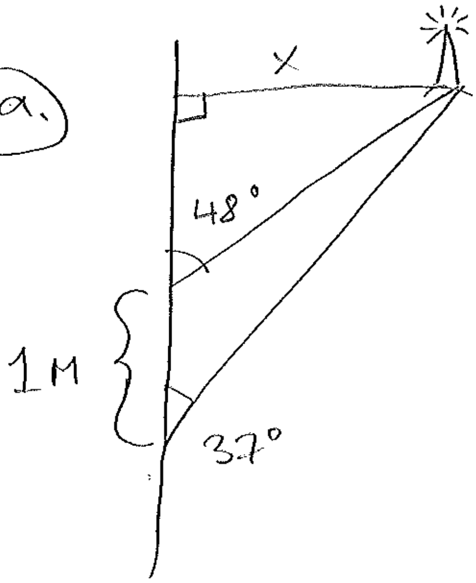
$h = 22$ km

Enligt Pythagoras sats är

$$x^2 + \cancel{R^2} = (R+h)^2 = \cancel{R^2} + 2hR + h^2$$

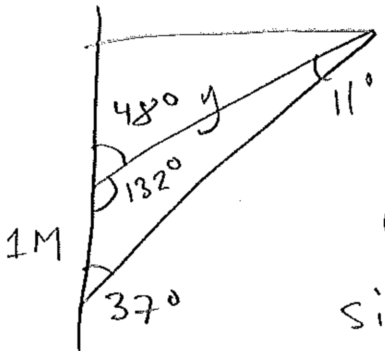
$$x = \sqrt{2hR+h^2} = \sqrt{2\cdot22\cdot3390+22^2} \approx \underline{\underline{387\ \text{km}}}$$

(5.) (a.)



x = kortaste avståndet.

Vi fyller i vinklarna:



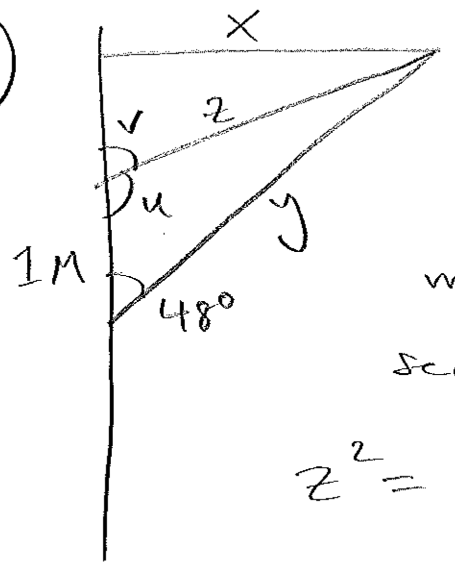
och beräknar sidan y:s längd med sinussatsen:

$$\frac{y}{\sin(37^\circ)} = \frac{1}{\sin(11^\circ)} \Leftrightarrow y = \frac{\sin(37^\circ)}{\sin(11^\circ)}.$$

Då har vi $\frac{x}{y} = \sin(48^\circ)$, så

$$x = \sin(48^\circ) \cdot y = \frac{\sin(48^\circ) \cdot \sin(37^\circ)}{\sin(11^\circ)} \approx \underline{\underline{2{,}3\ \text{M}}}$$

(b.)



Vi söker $v = 180^\circ - u$.
Vi tar först fram z med cosinussatsen, och sedan u med sinussatsen:

$$z^2 = 1^2 + y^2 - 2y \cdot \cos(48^\circ) \approx 6{,}7269$$

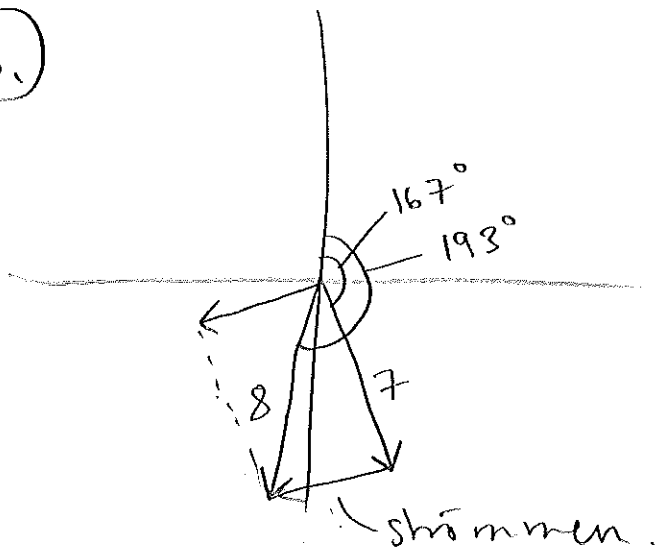
$$z \approx 2{,}5936$$

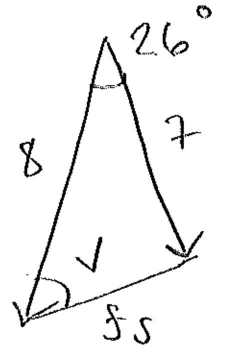
$$\frac{\sin(u)}{y} = \frac{\sin(48^\circ)}{z}$$

$$\sin(u) = \frac{y \cdot \sin(48^\circ)}{z} \approx 0{,}9037$$

$$u = \sin^{-1}(0{,}937) \approx \underline{\underline{65^\circ}}$$

(6.)





Strömmens fart ges av cosinussatsen:

$f_s^2 = 8^2 + 7^2 - 2 \cdot 8 \cdot 7 \cos(26°)$

$f_s \approx 3{,}5121$ knop

Vi tar sen fram vinkeln v med sinus-satsen: $\dfrac{\sin(v)}{7} = \dfrac{\sin(26°)}{f_s}$

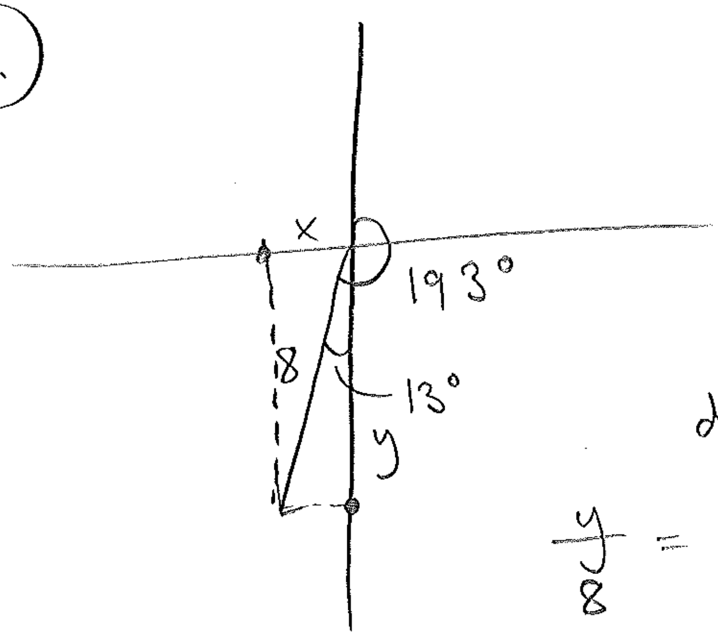
$$\sin(v) = \frac{7 \cdot \sin(26°)}{3{,}5121}$$

$$v = \sin^{-1}\left(\frac{7 \cdot \sin(26°)}{3{,}5121}\right) \approx 60{,}89°$$

Då är strömmens kurs $193° + 60{,}89° \approx$

$\approx \underline{254°}$ och dess fart $\underline{3{,}5 \text{ knop}}$

(b.)



x-koordinaten får vi genom

$\dfrac{x}{8} = \sin(13°)$

dvs $x = 8\sin(13°) \approx 1{,}8$

$\dfrac{y}{8} = \cos(13°)$ dvs

$y = 8 \cdot \cos(13°) \approx 7{,}8$

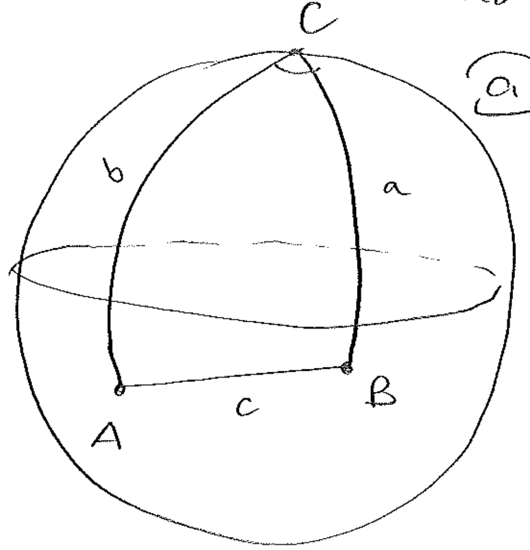
Koordinaterna är alltså $\underline{(-1{,}8\,;\,7.8)}$

(7.) Buenos Aires: $34°36' = 34° + \frac{36}{60}° = 34,6°$

$58°23' = 58° + \frac{23}{60}° \approx 58,3833°$

Johannesburg: $26°12' = 26° + \frac{12}{60}° = 26,2°$

$28°3' = 26° + \frac{3}{60}° = 28,05°$



(a) Vi söker c.

$b = 90° + 34,6° = 124,6°$

$a = 90° + 26,2° = 116,2°$

$C = 58,3833° + 28,05° =$
$= 86,4333°$

Sfäriska cosinussatsen ger då

A = Buenos Aires
B = Johannesburg

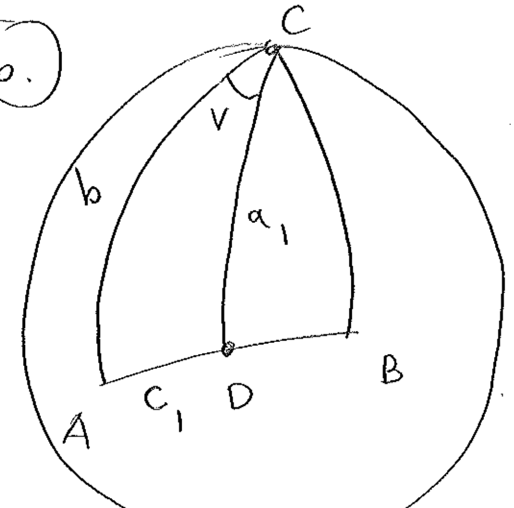
$\cos(c) = \cos(b)\cos(a) + \sin(b)\sin(a)\cos(C)$

$\approx 0,29665$

$c = \cos^{-1}(0,29665) = 72,74°$

Avståndet blir då $72,74 \cdot 60$ M $\approx$ 4364 M

(b.)



Vi söker v. b och c_1 är kända ($c_1 = \frac{72,74°}{2} = 36,37°$).

Vi tar först fram A ur den ursprungliga triangeln i a)-uppgiften:

$$\frac{\sin(A)}{\sin(a)} = \frac{\sin(C)}{\sin(c)} \qquad \sin(A) = \frac{\sin(a)\sin(C)}{\sin(c)} \approx$$

$\approx 0,9377$

$A \approx 69,68°$. Vi vet att vinkeln måste vara spetsig eftersom Johannesburg ligger norr om B.A.

Cosinussatsen i vår mindre triangel ger oss nu a_1: $\cos(a_1) = \cos(b)\cos(c_1) + \sin(b)\sin(c_1)\cos(A) \approx -0,2877$

$a_1 = \arccos(-0,2877) = 106,7°$

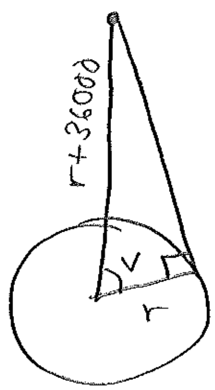
Nu får vi v genom sinussatsen:

$$\frac{\sin(v)}{\sin(c_1)} = \frac{\sin(A)}{\sin(a_1)} \qquad \sin(v) = \frac{\sin(c_1)\cdot\sin(A)}{\sin(a_1)} \approx 0,5806$$

$v = 35,49° = 35° + 0,49 \cdot 60' = 35° 29'$.

Longituden blir alltså $58°23' - 35°29' =$
$= 22°54'$ åt väster

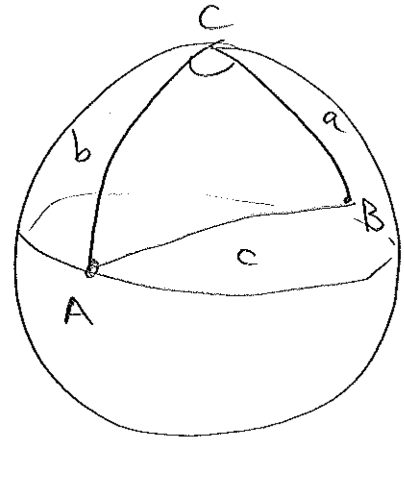
8. $r = 6371$ km. Vi söker vinkeln v, som är detsamma som avståndet på jordytan som vi kan vara från punkten N 0°, E 98° och fortfarande se satelliten.



$$\cos(v) = \frac{r}{r+36000} = \frac{6371}{6371+36000} \approx 0,1504$$

$v = \arccos(0,1504) \approx 81,35°$

Hur långt är det då mellan A: N 0°, E 98° och B: N 19° 28', E 174° 4' ?



Vi vet att $b = 90°$,
$a = 19°28' \approx 19,4667°$,
$c = 174°4' - 98° = 76°4' \approx$
$\approx 76,6667°$

Cosinussatsen ger

$$\cos(c) = \cos(a)\underbrace{\cos(b)}_{=0} + \sin(a)\underbrace{\sin(b)}_{=1}\cos(C) \approx$$

$$\approx 0{,}07685 \qquad c = \arccos(0{,}07685) \approx 85{,}59^\circ$$

Detta är mer än $81{,}35^\circ$, så vi kan alltså inte se satelliten.