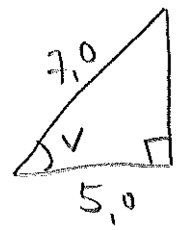
Tenta i S3M001 och LNC022
Nautisk matematik
28/10 2016 Elin Götmark

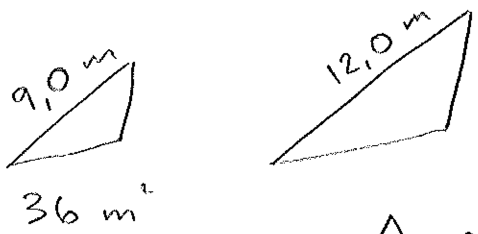
1) a.)



$\cos(v) = \frac{5}{7}$, så $v = \cos^{-1}\left(\frac{5}{7}\right) \approx$
$\approx 44°$.

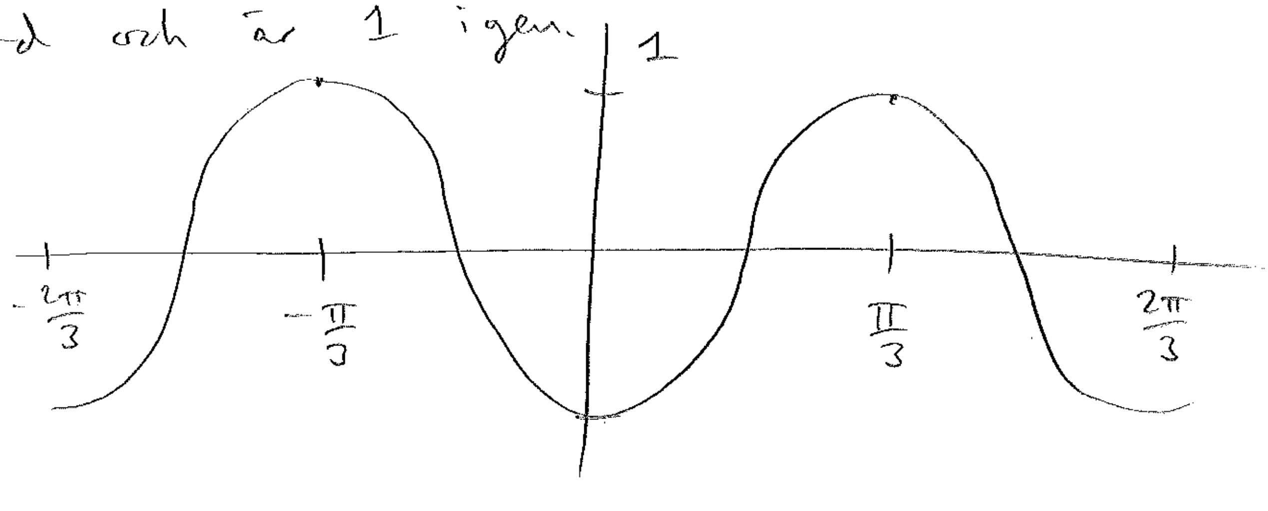
b.) Om $\cos(v) = \frac{1}{2}$ så är $v = \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = 60°$ eller $-60°$, dvs $360° - 60° = 300°$. Men $\tan(60°) = \sqrt{3}$ och $\tan(300°) = -\sqrt{3}$, så vinkeln är $v = 300°$.

c)



Längdskalan är $\frac{12}{9} = \frac{4}{3}$, så areaskalan är $\left(\frac{4}{3}\right)^2$.
Arean i den stora triangeln är då $36 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^2 = 64\ m^2$

d) $y = \cos(3x + \pi)$. Vi vet att $y = 1$ när $3x + \pi = 0$, dvs $x = -\frac{\pi}{3}$. När $3x + \pi = 2\pi$, dvs $x = \frac{\pi}{3}$, har funktionen gått en hel period och är 1 igen.



2 a. $\vec{AC} = (-1,2) - (4,2) = (-5,0)$.

$|\vec{AB}| = \sqrt{5^2 + 0} = \underline{5}$

b.) $\vec{AB} = (1,-1) - (4,2) = (-3,-3)$. $|\vec{AB}| = \sqrt{3^2+3^2} =$
$= \sqrt{18}$. Låt v vara vinkeln mellan
$\vec{AB}$ och $\vec{AC}$. Då är $\cos(v) = \dfrac{\vec{AB}\cdot\vec{AC}}{|\vec{AB}|\cdot|\vec{AC}|} =$

$$= \frac{(-3)\cdot(-5) + (-3)\cdot 0}{\sqrt{18}\cdot 5} = \frac{15}{\sqrt{18}\cdot 5} = \frac{3}{\sqrt{18}} = \frac{3}{\sqrt{2\cdot 9}} = \frac{\cancel{3}}{\sqrt{2}\cdot\cancel{3}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Så $v = \cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \underline{45°}$

c) $\vec{BC} = (-1,2) - (1,-1) = (-2,3)$

Vi vet redan att vinkeln mellan $\vec{AB}$ och $\vec{AC}$ inte är rät. Vi testar de andra två i

$\vec{AB}\cdot\vec{BC} = (-3,-3)\cdot(-2,3) = 6 - 9 = -3 \neq 0$

$\vec{BC}\cdot\vec{AC} = (-2,3)\cdot(-5,0) = 10 \neq 0$

Nej, de är inte heller räta, så triangeln kan inte vara rätvinklig.

3.) Vi använder sinussatsen för att bestämma

A: $\dfrac{\sin(A)}{a} = \dfrac{\sin(B)}{b} \Leftrightarrow \sin(A) = \dfrac{8{,}9\cdot\sin(37°)}{6{,}6}$.

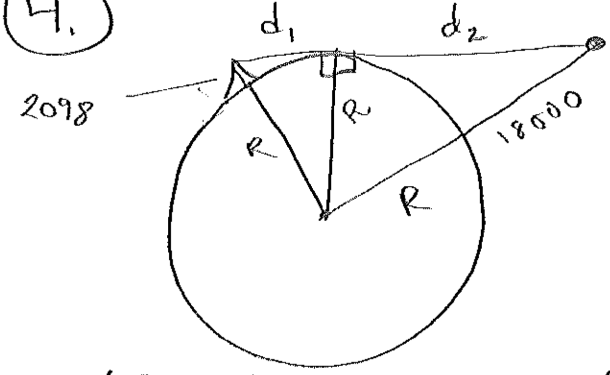
$$A = \sin^{-1}\left(\frac{8{,}9\sin(37°)}{6{,}6}\right) \approx 54° \quad \text{eller } 180° - 54° = 126°.$$

Båda alternativen är möjliga. Det första ger

$C = 180° - 37° - 54° = \underline{89°}$ och det andra

$C = 180° - 37° - 126° = \underline{17°}$

4.



$R = 6371$ km

Vi söker $d_1 + d_2$.

I den vänstra triangeln ger Pythagoras sats:

$$d_1^2 + R^2 = (R + 2{,}098)^2$$

$$d_1^2 + \cancel{R^2} = \cancel{R^2} + 2 \cdot 2{,}098 \cdot R + 2{,}098^2$$

$$d_1 = \sqrt{2 \cdot 2{,}098 \cdot R + 2{,}098^2} \approx 163{,}5\ldots \text{ km}$$

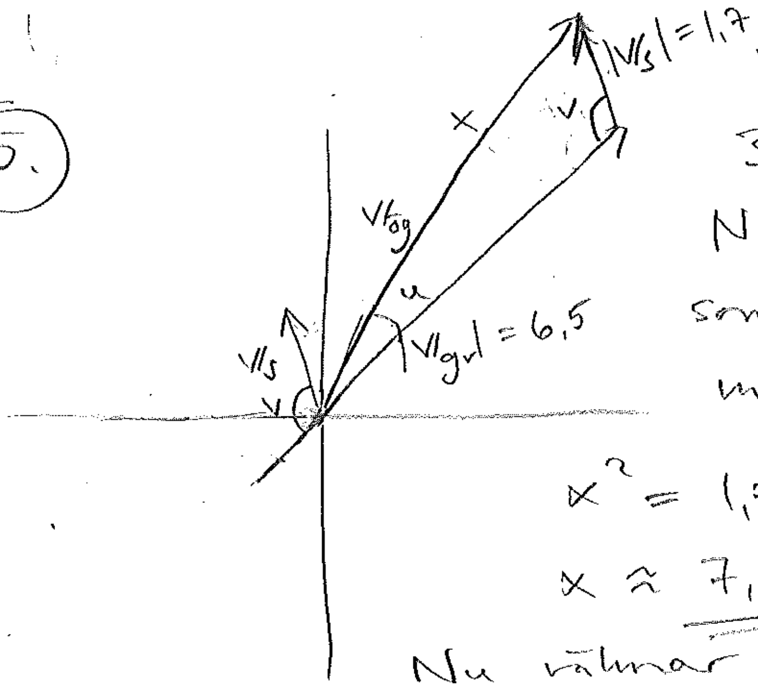
Och i den högra: $d_2^2 + R^2 = (R + 18000)^2$

$$d_2^2 + \cancel{R^2} = \cancel{R^2} + 2 \cdot 18000 \cdot R + 18000^2$$

$$d_2 = \sqrt{2 \cdot 18000R + 18000^2} \approx 23523{,}52\ldots \text{ km}$$

$$d_1 + d_2 \approx 24000 \text{ km}$$

5.



Vinkeln v ges av

$$346^\circ - 180^\circ - 43^\circ = 123$$

Nu kan vi räkna ut x, som är farten över grund, med cosinussatsen:

$$x^2 = 1{,}7^2 + 6{,}5^2 - 2 \cdot 1{,}7 \cdot 6{,}5 \cdot \cos(123^\circ)$$

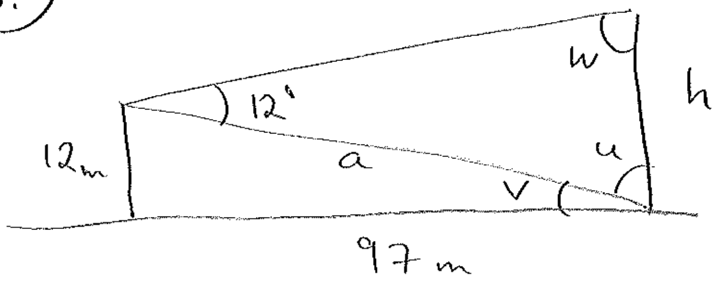
$x \approx$ 7,6 knop = fart över grund

Nu räknar vi ut u med sinus-satsen:

$$\frac{\sin(u)}{1{,}7} = \frac{\sin(123^\circ)}{x} \qquad u = \sin^{-1}\left(\frac{1{,}7 \cdot \sin(123^\circ)}{x}\right) \approx 11^\circ$$

Vinkeln är uppenbarligen spetsig, så det är rätt alternativ i sinussatsen. Kurs över grund är då $43^\circ - 11^\circ = 32^\circ$

⑥



Vi söker h.

Först räknar vi ut a och v:

$a = \sqrt{12^2 + 97^2} \approx 97{,}7$

$V = \tan^{-1}\left(\frac{12}{97}\right) \approx 7{,}05.$

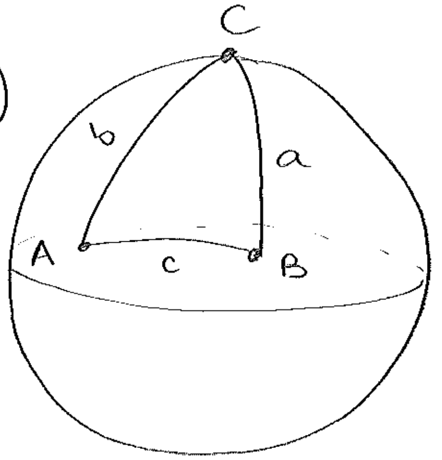
Då är $u = 90° - v \approx 82{,}9°$ och

$w = 180° - 12° - u \approx 85{,}1°$

Då ger sinussatsen $\frac{h}{\sin(12°)} = \frac{a}{\sin(w)}$

$h = \frac{\sin(12°) \cdot a}{\sin(w)} \approx \underline{\underline{20 \text{ m}}}$

⑦



A = Mumbai

Vi vet att

$b = 90° - 18°58' = 71°2' = 71\frac{2}{60}°$

$A = 85{,}00°$

$c = 2167 M = \frac{2167}{60}° (\approx 36°)$

Vi behöver a och C för att hitta B:s koordinater. Cosinussatsen ger:

$\cos(a) = \cos(b)\cos(c) + \sin(b)\sin(c)\cos(A)$

$a \approx 71{,}87$ C fås av sinussatsen:

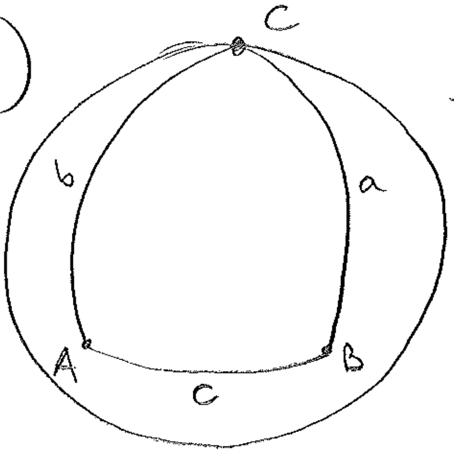
$\frac{\sin(C)}{\sin(c)} = \frac{\sin(A)}{\sin(a)}$ $C = \sin^{-1}\left(\frac{\sin(c)\sin(A)}{\sin(a)}\right) \approx 38{,}16$

B:s latitud är då $90° - 71{,}87° = 18{,}13° = 18° + 0{,}13 \cdot 60' = \underline{\underline{18°8'N}}$

B:s longitud är $72°49' + 38{,}16° =$

$= 72°49' + 38° + 0{,}16 \cdot 60' = 72°49' + 38°10' = \underline{\underline{110°59'E}}$

8.



a.) Vi söker c.

$$b = 90^\circ + 33^\circ 51' = 123^\circ + \frac{51}{60}^\circ = 123{,}85^\circ$$

$$a = 90^\circ + 33^\circ 27' = 123^\circ + \frac{27}{60}^\circ = 123{,}45^\circ$$

$$C = (180^\circ - 151^\circ 12') + (180^\circ - 70^\circ 40') =$$

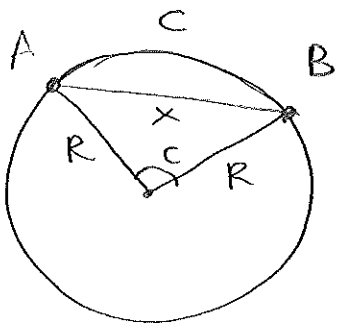
$$= 360^\circ - 151\frac{12}{60}^\circ - 70\frac{40}{60}^\circ = \frac{2072}{15}^\circ \quad (\approx 138^\circ)$$

Cosinussatsen ger att

$$\cos(c) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b)\cos(C)$$

$$c \approx 102{,}06^\circ = 102{,}06 \cdot 60 \text{ M} \approx \underline{6124 \text{ M}}$$

b.

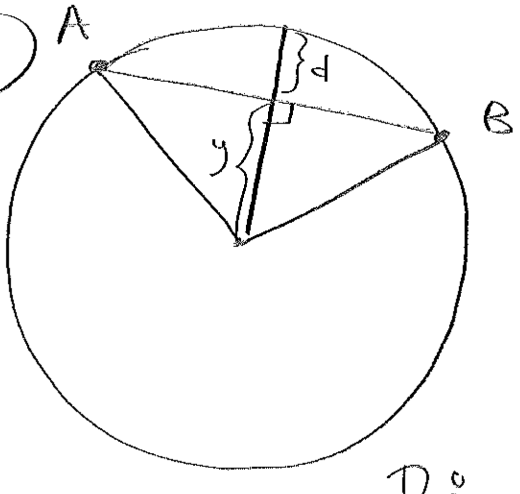


Vi söker x, som vi får av den plana cosinussatsen:

$$x^2 = R^2 + R^2 - 2 \cdot R \cdot R \cdot \cos(c)$$

$$x \approx \underline{9907 \text{ km}} \approx \underline{5349 \text{ M}}.$$

c.



Vi söker d. Först tar vi fram y.

$$y^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 = R^2$$

$$y = \sqrt{R^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} \approx 4007 \text{ km}$$

Då är $d = R - y \approx \underline{2364 \text{ km}}$